إدارة المناهج والكتب المدرسية

دليل المعلم

الرياضيات

الصف الحادي عشر

الفرعان: الأدبي، والفندقي والسياحي

دليل المعلم/ الرياضيات الصف الحادي عشر الفرعان: الأدبي، والفندقي والسياحي

الطبعة الأولى ١٤٤٠هـ/٢٠١٩م

ISBN : 978-9957-84-833-0

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

دليل المعلم

الرياضيات

الصف الحادي عشر

الفرعان: الأدبي، والفندقي والسياحي

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

يسر إدارة المناهج والكتب المدرسية استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:
هاتف: ٨-٥/٤٦١٧٣٠٤، فاكس: ٤٦٣٧٥٦٩، ص.ب: ١٩٣٠، الرمز البريدي: ١١١١٨،
أو بوساطة البريد الإلكتروني: E-mail: scientific.division@moe.gov.jo.

قررت وزارة التربية والتعليم استخدام هذا الدليل في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناءً على قرار مجلس التربية والتعليم رقم (٦٥/ ٢٠١٨)، تاريخ ٢٠١٨/٩/٢٥م، بدءًا من العام الدراسي ٢٠١٩م/٢٠٢٠م.

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

عمّان – الأردن / ص . ب: ١٩٣٠

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(٢٠١٨/١/٠٠٠٠)
ISBN: 000-0000-00-000-0

اللجنة الفنية المتخصصة للإشراف على تأليف الدليل:

أ. د. حسن زارع هديب — د. معاذ محمود الشياب

د. خولة صالح أبو الهيجاء — نقين أحمد جوهر

وقام بتأليفه كل من:

جهاد حسين أبو الركب — د. أحمد جميل المساعفة

إسماعيل علي صالح — صبرين محمود السلمان

التحرير العلمي: نقين أحمد جوهر

التحرير اللغوي: نضال أحمد موسى — التحرير الفني: نداء فؤاد أبو شنب

الإنتاج: سليمان أحمد الخلايلة — التصميم: عمر أحمد أبو عليان

دقق الطباعة: جهاد حسين أبو الركب — راجعها: نقين أحمد جوهر

الطبعة الأولى — **١٤٤٠هـ / ٢٠١٩م**

قائمة المحتويات

الصفحة | الموضوع

الفصل الدراسي الأول

المقدمة ٥

مفردات الدليل ٦

نموذج تحليل المحتوى ٨

نموذج خطة فصلية ٩

الوحدة الأولى: الاقترانات كثيرات الحدود ١٣

الفصل الأول: **تحليل كثيرات الحدود** ١٦

أولًا: نظرية الباقي والعامل ١٦

ثانيًا: تحليل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية ٢١

الفصل الثاني: **التعابير النسبية** ٢٥

الفصل الثالث: **رسم كثيرات الحدود** ٢٩

الفصل الرابع: **المتباينات غير الخطية** ٣٣

أسئلة الوحدة ٣٧

الوحدة الثانية: الاقترانات ٤٥

الفصل الأول: **الاقتران الحقيقي** ٤٩

الفصل الثاني: **اقترانات خاصة** ٥٣

أولًا: الاقترانات المتشعبة ٥٣

ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة ٥٧

الفصل الثالث: **العمليات على الاقترانات** ٦١

أولًا: تركيب الاقترانات ٦١

ثانيًا: الاقتران العكسي ٦٥

أسئلة الوحدة ٧٠

الموضوع	الصفحة

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الثالثة: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية ٧٧

الفصل الأول: الاقترانات والمعادلات الأسية ٨٠

أولًا: الاقتران الأسي ٨٠

ثانيًا: رسم الاقتران الأسي ٨٥

ثالثًا: المعادلة الأسية ٨٩

الفصل الثاني: الاقترانات اللوغاريتمية ٩٣

أولًا: اللوغاريتمات ٩٣

ثانيًا: الاقتران اللوغاريتمي وخصائصه ٩٩

أسئلة الوحدة ١٠٤

الوحدة الرابعة: المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية ١٠٩

الفصل الأول: المتتاليات والمتسلسلات ١١٢

أولًا: المتتالية ١١٢

ثانيًا: المتسلسلة ١١٧

الفصل الثاني: المتتاليات والمتسلسلات الحسابية ١٢١

أولًا: المتتالية الحسابية ١٢١

ثانيًا: مجموع المتسلسلة الحسابية ١٢٥

الفصل الثالث: المتتاليات والمتسلسلات الهندسية ١٢٩

أولًا: المتتالية الهندسية ١٢٩

ثانيًا: مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية ١٣٥

ثالثًا: مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية ١٤٠

أسئلة الوحدة ١٤٤

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على رسوله الأمين، وعلى آله وصحبه أجمعين وبعد، فقد جاء هذا الدليل ليكون مرشدًا للمعلم في تدريس المفاهيم الرياضية التي تضمنها الكتاب المدرسي، ومعززًا لتقويم الطلبة، بما يحقق النتاجات التعلمية المنشودة.

يعدُّ الدليل إحدى الركائز الأساسية لتحقيق المنهاج؛ إذ تضمن تخطيط الدروس بما يتلاءم ومستويات الطلبة والبيئة الصفية وأهداف المبحث، وتحقيق التكامل بين النظرية والتطبيق.

لقد ارتبط الدليل ارتباطًا مباشرًا بالمفاهيم الوارد ذكرها في الكتاب المدرسي، وبالنتاجات التعلمية، واستراتيجيات التدريس والتقويم التي تنسجم وأهداف المنهج، ومعايير (NCTM،2000) العالمية، فضلًا عن الاهتمام بتفعيل دور تكنولوجيا المعلومات والاتصالات بوصفها أداة لتعزيز التعلم الإيجابي؛ تنفيذًا وتقويمًا، ومراعاة توضيح الخطوات الرئيسة في أثناء تنفيذ خطة الدرس، وهي: التمهيد للدرس، ثم إجراءات تنفيذه، ثم ختمه.

ونحن إذ نقدم هذا الدليل، فإننا نعرض أمثلة واجتهادات تركز على أهمية استيعاب المفاهيم أولًا قبل الانطلاق إلى الإجراءات والخوارزميات اللازمة للحلول، ولا نتوقع الوقوف عندها فحسب، بل أن تكون منطلقًا لتنمية الخبرات، وإبراز القدرات الإبداعية على وضع البدائل والأنشطة المتنوعة، وإضافة الجديد الذي يثري المحتوى، وبناء أدوات تقويم ذات معايير جديدة يمكن بها تقويم تعلم الطلبة على نحو فاعل.

والله ولي التوفيق

مفردات الدليل

- **نتاجات التعلم**

نتاجات خاصة يتوقع أن يحققها الطلبة بعد انتهاء عملية التعلم والتعليم، وتتميز بشموليتها وتنوعها (معارف، مهارات، اتجاهات)، وتعدُّ مرجعًا للمعلم؛ إذ يبنى عليها المحتوى، وتمثل ركيزة المنهاج الأساسية، وتسهم في تصميم نماذج المواقف التعلمية المناسبة، واختيار استراتيجيات التدريس، وبناء أدوات التقويم المناسبة لها.

- **عدد الحصص**

المدة الزمنية المتوقعة لتحقيق النتاجات الخاصة.

- **المفاهيم والمصطلحات والرموز**

المفاهيم والمصطلحات والرموز الأساسية التي ورد ذكرها في الدرس، والتي يجب التركيز عليها عند تصميم الموقف التعليمي.

- **التكامل الرأسي والتكامل الأفقي**

التكامل الرأسي يعني ربط المفهوم بمفاهيم أخرى ضمن مستويات المبحث نفسه، أما التكامل الأفقي فيعني ربط المفهوم بالمباحث الأخرى.

- **مصادر التعلم**

مصادر تعليمية يمكن للطالب والمعلم الرجوع إليها؛ بغية زيادة معلوماتهما وخبراتهما وتعزيز تحقيق النتاجات، وتشمل: كتبًا، وموسوعات، ومواقع إلكترونية، وأقراصًا مدمجة، وزيارات ميدانية، ومقابلات.

- **التعلم القبلي**

المعارف والمهارات التي ترتبط بموضوع الدرس، والتي تعلمها الطالب سابقًا.

- **استراتيجيات التدريس**

الخطوات والإجراءات المنظمة التي يقوم بها المعلم وطلبته لتنفيذ الموقف التعليمي التعلمي، وهي خطوات مقترحة يمكن للمعلم تطويرها أو تغييرها بما يتلاءم وظروف الطلبة وإمكانات المدرسة، مع مراعاة توظيف تكنولوجيا المعلومات والاتصالات (ICT) عند الحاجة.

- **إجراءات التنفيذ**

إجراءات تهدف إلى تنظيم الموقف التعليمي وضبطه؛ لتسهيل تنفيذ الدرس بكفاءة، ومن أمثلتها:
١- تنظيم جلوس الطلبة (مجموعات، حلقة دائرية، حرف U، ...).

٢– تهيئة البيئة الصفية (إنارة كافية، تهوية، نظافة، ...).
٣– تجهيز الأدوات والمواد اللازمة لتنفيذ الدرس.
٤– إثارة دافعية الطلبة إلى التعلم.
٥– استخدام أوراق العمل وأدوات التقويم المناسبة والأنشطة المتضمنة.

- **معلومات إضافية**

معلومات إثرائية موجزة ذات علاقة بالمحتوى، مُوجَّهة إلى المعلم والطالب؛ بغية إثراء المعرفة بالمحتوى عن طريق استخدام مصادر تعليمية أخرى متنوعة بقصد إرشاد المعلم.

- **أخطاء شائعة**

توقعات لأخطاء محتملة شائعة بين الطلبة، تتعلق بالمهارات والمفاهيم والقيم الواردة، مع تقديم معالجة لهذه الأخطاء.

- **الفروق الفردية**

مجموع الأنشطة والأسئلة والإضافات التي تضمنها المحتوى، والتي أُعِدَّت لتناسب حاجات الطلبة وقدراتهم المتنوعة.

- **استراتيجيات التقويم وأدواته**

الخطوات والإجراءات المنظمة التي يقوم بها المعلم أو الطلبة لتقويم الموقف التعليمي، وقياس مدى تحقق النتاجات، وهي عملية مستمرة في أثناء تنفيذ الموقف التعليمي، ويمكن تطويرها، أو بناء نماذج أخرى متشابهة تُطبَّق بالتكامل مع إجراءات إدارة الصف.

نموذج تحليل المحتوى

المبحث: الرياضيات. الصف: الحادي عشر. الفرع: الأدبي.
عنوان الوحدة: الاقترانات. عدد الفصول: (٣) فصول. الصفحات: (٤٢-٨٠).

المحتوى	المفاهيم والمصطلحات	الرموز	التعميمات	المهارات	المسائل الرياضية
الفصل الأول: الاقتران الحقيقي. الفصل الثاني: اقترانات خاصة. أولًا: الاقترانات المتشعبة. ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة. الفصل الثالث: العمليات على الاقترانات. أولًا: تركيب الاقترانات. ثانيًا: الاقتران العكسي.	– الاقتران الحقيقي. – المجال. – المدى. – اقترانات الجذور. – الاقتران النسبي. – الاقتران الكسري. – الاقتران المتشعب. – اقتران القيمة المطلقة. – تركيب الاقترانات. – الاقتران العكسي. – اقتران واحد لواحد.	ح: مجموعة الأعداد الحقيقية. $\sqrt{\ }$: الجذر التربيعي. $\cap$: تقاطع. $\lvert\ \rvert$: القيمة المطلقة. $ق^{-1}$: الاقتران العكسي للاقتران ق(س). o: تركيب.	– مجال الاقتران النسبي أو الكسري = مجال البسط $\cap$ مجال المقام – {أصفار المقام}. – اختبار الخط الأفقي: يكون الاقتران واحدًا لواحد إذا (وفقط) إذا كان أي خط أفقي يقطع منحنى الاقتران في نقطة واحدة على الأكثر. – الاقتران المحايد: إذا كان ق اقتران واحد لواحد، وكان $ق^{-1}$ هو الاقتران العكسي له، فإن: (ق o $ق^{-1}$) (س) = ($ق^{-1}$ o ق) (س) = س.	– تحديد المجال والمدى لبعض الاقترانات الحقيقية وتمثيلها بيانيًّا. – إيجاد صورة عدد في الاقتران المتشعب واقتران القيمة المطلقة. – تمثيل الاقتران المتشعب واقتران القيمة المطلقة بيانيًّا. – إعادة تعريف الاقتران المتشعب واقتران القيمة المطلقة. – إيجاد الاقتران الناتج من عملية تركيب الاقترانات. – إيجاد قيمة (ق o هـ) عند نقطة. – استنتاج قاعدة الاقتران العكسي لاقتران واحد لواحد.	– مسألة: سرعة جسيم، الصفحة (٤٢). – فكِّر: اقترانات الجذور، الصفحتان: (٤٥)، و(٤٦). – فكِّر: الاقترانات النسبية والكسرية، الصفحتان: (٤٦)، و(٤٩). – مسألة: الأجر اليومي لعامل، الصفحة (٥١). – فكِّر: الاقترانات المتشعبة، الصفحتان: (٥٤)، و(٥٥). – مسألة: حوض ماء في تركيب الاقترانات، الصفحة (٦٢). – فكِّر: تركيب الاقترانات، الصفحة (٦٥). – مسألة: طول الطفل وعمره، الصفحة (٧٠). – فكِّر: الاقتران العكسي، الصفحات: (٧١)، و(٧٣)، و(٧٥)، و(٧٦). – مسألة: تحويل درجة الحرارة، الصفحة (٧٧). – مسألة: الدراجة الهوائية، الصفحة (٧٨).

نموذج خطة فصلية

المبحث: الرياضيات. الصف: الحادي عشر. الفصل الدراسي: الأول. الصفحات: (٤٢-٨٠). الفترة الزمنية:
عنوان الوحدة: الاقترانات. الفرع: الأدبي. عدد الفصول: (٣) فصول. عدد الحصص:..... من ..... إلى .....

المحتوى	النتاجات التعلمية	المواد والتجهيزات (مصادر التعلم)	استراتيجيات التدريس	التقويم		الأنشطة المرفقة	التأمل الذاتي للوحدة
				الاستراتيجيات	الأدوات		
الفصل الأول: الاقتران الحقيقي. الفصل الثاني: اقترانات خاصة. أولًا: الاقترانات المتشعبة. ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة. الفصل الثالث: العمليات على الاقترانات. أولًا: تركيب الاقترانات. ثانيًا: الاقتران العكسي.	– يتعرف بعض الاقترانات، مثل: الاقترانات الحقيقية، والاقترانات المتشعبة، واقتران القيمة المطلقة. – يمثل الاقترانات المتشعبة، واقترانات القيمة المطلقة بيانيًّا. – يظهر فهمًا لعملية تركيب الاقترانات، ويستخدمها في إيجاد الاقتران العكسي لاقتران خطي. – يستخدم الاقترانات الخاصة في النمذجة وحل المسائل في مواقف حياتية عدة، مبررًا الحل.	– الكتاب المدرسي. – دليل المعلم. – موقع منصة إدراك للتعليم المدرسي. – برمجية إكسل. – البرمجيات التطبيقية لرسم المنحنيات.	– التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة). – التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي). – التدريس المباشر (التدريبات والتمارين). – التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي). – التعلم في مجموعات (المناقشة). – التعلم في مجموعات (فكر – انتقِ زميلًا – شارك). – حل المشكلات والاستقصاء. – استراتيجية بوليا لحل المسألة.	– التواصل (الأسئلة والأجوبة). – الملاحظة (الملاحظة المنظمة). – الملاحظة (الملاحظة التلقائية). – الورقة والقلم (الفقرات ذات الإجابة المفتوحة). – التقويم المعتمد على الأداء. – مراجعة الذات.	– قائمة الرصد. – سلم التقدير العددي. – سلم التقدير اللفظي. – سجل وصف سير التعلم. – بطاقة الخروج.	– أوراق العمل. – استخدام مختبر الحاسوب لعرض مواقع إلكترونية تعليمية ومناقشتها. – استخدام برمجيات لرسم منحنيات الاقترانات.	أشعر بالرضا عن: التحديات التي أواجهها: مقترحات للتحسين:

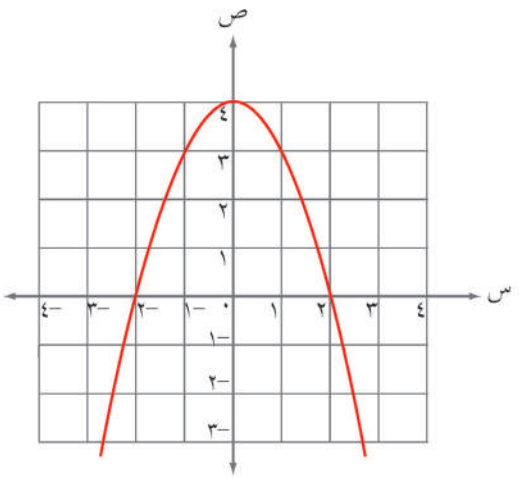
الفصل الدراسي الأول

الوحدة الأولى

١

الاقترانات كثيرات الحدود Polynomial Functions

الاقترانات كثيرات الحدود هي من موضوعات الجبر الذي يُعَدُّ فرعًا من فروع الرياضيات المهمة؛ نظرًا إلى تطبيقاته الواسعة في مجالات العلوم المختلفة، مثل: الفيزياء، والكيمياء، والاقتصاد، والعلوم الطبية والتربوية، مما يؤكد الأثر الفاعل للرياضيات في عالمنا الذي نعيش فيه.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تعرف نظرية الباقي والعامل، واستخدامها في تحليل اقترانات كثيرات الحدود حتى الدرجة الثالثة.
- إيجاد الصيغ المكافئة للتعابير النسبية.
- استخدام التكنولوجيا في تمثيل الاقترانات كثيرات الحدود، واستقصاء خصائصها.
- حل متباينات غير خطية ذات متغير واحد اعتمادًا على إشارة اقترانات كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.
- حل مسائل تتضمن اقترانات كثيرات الحدود، مُبَرِّرًا الحل.

تهيئة

١) بسِّط المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$٣س^{٢} + ٥ + ٤س^{٣} - س^{٢} + ٢س^{٣} + ٩$

٢) ما الفرق بين الحد الجبري والمقدار الجبري؟

٣) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

(١) إحدى القيم الآتية تعدُّ صفرًا للاقتران ق(س) = ٢ – ٢س:

أ) ٢ ب) ١ جـ) –١ د) –٢

(٢) حاصل ضرب – ٧س (١١س + ١٢) هو:

أ) $-٧٧س^{٢} - ٨٤س$ ب) $-١٦١س^{٢}$ جـ) $١١س^{٢} - ٨٤ س$ د) $-٧٧ س^{٢} + ١٢$

(٣) ناتج (٣س – ٦) (س –٧) هو:

أ) $٣ س^{٢} + ٢٧س + ٤٢$ ب) $س^{٢} + ٤٢س + ٢٧$

جـ) $٣س^{٢} - ٢٧س + ٤٢$ د) $٣ س^{٢} + ٣٤س + ٤٢$

(٤) أي الآتي لا يمكن تبسيطه:

أ) ٢س + ٩س ب) $٥ س^{٢} + ٧س$

جـ) $س + \frac{س}{٢}$ د) $٤س^{٢} - ١٤س^{٢}$

(٥) أبسط صورة لـ $\frac{ص^{٢} - ٦ص - ٧}{ص + ١}$ هو:

أ) $\frac{ص + ٧}{ص + ١}$ ب) ص+٧ جـ) ص – ٧ د) (ص + ١) (ص – ٧)

(٦) أي الآتي يعدُّ كثير حدود:

أ) $\frac{١}{س} + ٢س + ٤$ ب) $س^{٤} + س^{٢} - س + \sqrt{٢}$

جـ) $\sqrt{س} - ٦س + ١٠$ د) $س^{٠,٢} + ٤س - ٥$

٤) حدِّد معاملات الحدود في الاقترانين الآتيين:

أ) هـ(س) = $٥س^{٣} - ٨س^{٢} + ٩$ ب) ق(س)= $٨س^{٣} - ٧س^{٢} - س + ٣$

٥) مثِّل منحنى الاقتران ق(س) = $س^{٢} - ١$ بيانيًّا.

٦) حل المتباينتين الآتيتين:

أ) س + ٢ > ٤ ب) ٢٤س + ٨ > ٠

إجابات أسئلة التهيئة

١) ٦س^{٣} + ٢س^{٢} + ١٤

٢) الحد الجبري هو حاصل ضرب عامل في متغير أو أكثر، والمقدار الجبري هو مجموعة من الحدود الجبرية يفصل بينها + أو −.

٣)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦
رمز الإجابة الصحيحة	ب	أ	جـ	ب	جـ	ب

٤)

أ) معامل س^{٣} = ٥ ، معامل س^{٢} = −٨ ، معامل س = ٠ ، الحد الثابت = ٩

ب) معامل س^{٣} = ٨ ، معامل س^{٢} = −٧ ، معامل س = −١، الحد الثابت = ٣

٥) يمكن الاستعانة ببرامج الرسم التطبيقية في الهواتف الذكية.

٦)

أ) س > ٢

ب) س > $-\frac{١}{٣}$

أولًا: نظرية الباقي والعامل. **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف نظرية الباقي والعامل.
- يستخدم نظرية الباقي والعامل في بحث قابلية قسمة كثير حدود على آخر.
- يجد باقي قسمة كثير حدود على آخر.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

كثير حدود، نظرية الباقي والعامل، القسمة التركيبية.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف العاشر، كثيرات الحدود والعمليات عليها.
- كتاب الرياضيات، الصف التاسع، أصفار الاقتران.

مصادر التعلّم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٠-١٦).

التعلم القبلي

عوامل العدد، خوارزمية القسمة الطويلة، عمليات كثيرات الحدود (جمع، طرح، ضرب)، أصفار الاقتران.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي، فكر- انتقِ زميلًا - شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ - طرح الادعاء الآتي على الطلبة:

" كل كثير حدود اقتران، وليس كل اقتران كثير حدود"؛ لحفزهم إلى تذكر مفهوم كثير الحدود، والشروط المرتبطة به، ثم الطلب إليهم ذكر أمثلة تثبت صحة هذا الادعاء، أو تنفي صحته.

٢ - كتابة المثال الآتي على اللوح:

ق(س) = -٣س + ٢س^{٨} - ٤س^{٣} + ٦س^{٥} ، ثم طرح الأسئلة الآتية:

- ما درجة كثير الحدود؟
- حدِّد معاملات كل حد جبري.
- ما الفرق بين الحد الجبري والمقدار الجبري؟
- اذكر مثالًا على كل منهما.

٣ – توزيع الطلبة إلى مجموعات بحسب عددهم في الصف، ثم إعطاء كل مجموعة سؤالًا يتضمن إيجاد باقي قسمة اقتران على آخر من الدرجة الأولى، مع مراعاة أن يكون الباقي صفرًا في بعضها، من دون مراعاة ترتيب الحدود؛ وأن تُحَلَّ المسألة باستخدام خوارزمية القسمة الطويلة.

٤ – متابعة أفراد المجموعات في أثناء حل السؤال، وتقديم التغذية الراجعة لهم، وتوجيههم إلى ضرورة ترتيب الحدود تنازليًّا بحسب الأسس، ثم إجراء عملية القسمة، وسؤالهم: متى تتوقف عملية القسمة للحصول على الناتج والباقي؟

٥ – عرض المجموعات للنتائج التي تتوصل إليها، والطلب إلى كل مجموعة كتابة ناتج القسمة وباقيها للسؤال الخاص بها.

٦ – لفت انتباه الطلبة إلى وجود طريقة أخرى مختصرة لقسمة كثير حدود على آخر؛ شريطة أن تكون صورة المقسوم عليه هي (أ س + ب)، وتسمى هذه الطريقة القسمة التركيبية.

٧ – عرض المثال الأول من الكتاب المدرسي، وتوضيح آلية استخدام القسمة التركيبية بالتفصيل.

٨ – توجيه الطلبة (كل في مجموعته) إلى إعادة حل المسألة المعطاة لهم باستخدام طريقة القسمة التركيبية، ومقارنة ناتجها بناتج السؤال السابق.

٩ – طرح السؤالين الآتيين على أفراد المجموعات:

- جد قيمة صفر المقسوم عليه، ثم جد صورة هذا الصفر في المقسوم.
- ماذا تلاحظ؟

١٠– الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها لاستنتاج نظرية الباقي والعامل، ثم كتابة نص النظرية على اللوح وتفسيرها، وحل المثال الثاني.

١١– تكليف كل طالب حل التدريب (٢) في دفتره، ثم مناقشة زميله في الحل؛ للتحقق من صحته، ثم مناقشة الحل على اللوح، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٢– مناقشة الطلبة في حل المثالين (٣)، و(٤).

١٣– توجيه الطلبة إلى حل التدريبين (٣)، و(٤)، باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك) للتوصل إلى الحل.

١٤- مناقشة الطلبة في حل المثالين (٥)، و(٦) على اللوح، ثم توجيه أسئلة إليهم، مثل:
ما معنى أن يكون أحد الاقترانين عاملًا من عوامل الآخر؟

١٥- توجيه الطلبة إلى حل التدريبين (٥)، و(٦) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

ختم الدرس

- توجيه كل طالب إلى تأمل تعلمه ذاتيًّا، بحيث يتضمن الآتي:
شيئان تعلمهما في هذا الدرس، وشيء أراد طرح أسئلة عنه.
- تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة بعدم وضع صفر معاملًا لحد غير موجود في القسمة التركيبية؛ لذا يجب تنبيههم لذلك، بذكر مثال على اقتران من الدرجة الثالثة، غير أن عدم وجود الحد $س^{٢}$ يُحتِّم علينا اعتبار الصفر معامل س تربيع.

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان هـ(س) = س – ١، فأي مما يأتي يعدُّ هـ(س) عاملًا من عوامله:

أ) ق(س) = $س^{٢}$ – ١ جـ) م(س) = ١ – $س^{٢}$

ب) ل(س) = $س^{٢}$ – ٢س – ١ د) و(س) = $س^{٢}$ – س

- باستخدام القسمة التركيبية، جد الناتج وباقي قسمة الاقتران ق(س) = $س^{٣}$ – $س^{٢}$ + ٥س – ١ على هـ(س) = س – ٢، ثم جد صورة صفر الاقتران هـ (س) في الاقتران ق(س).
ماذا تلاحظ؟

إثراء

- إذا كان ق(س) = أ$س^{٢}$ – ٦ س + ٤، وكان هـ(س) = ٢س + ١ عاملًا من عوامل ق(س)، فجد قيمة أ.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-١).

التدريبات

التدريب (١)

خارج القسمة هو ٦س^{٢} + ٦س + ١٠ ، وباقيها ١٢

التدريب (٢)

١) الباقي = ق(−٢) = −٢٥

٢) الباقي = ق(٣) = −٢

٣) الباقي = ق$(\frac{-١}{٤})$ = $\frac{-٥٣}{٤}$

التدريب (٣)

الثابت أ = ٤

التدريب (٤)

ق(س) من الدرجة الثانية ⟵ ق(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ

س − ٢ = ٠ ⟵ س = ٢ ، الباقي ق(٢) = ٤أ + ٢ب + جـ = ٥ (معادلة ١)

س + ١ = ٠ ⟵ س = −١ ، الباقي ق(−١) = أ − ب + جـ = ٤ (معادلة ٢)

ق(٠) = ٣ ⟵ جـ = ٣

أ = $\frac{٢}{٣}$ ، ب = $\frac{-١}{٣}$

∴ ق(س) = $(\frac{٢}{٣})$ س^{٢} − $(\frac{١}{٣})$ س + ٣

التدريب (٥)

١) ق(١) = صفرًا، ومنه: ك(س) أحد عوامل ق(س).

٢) ق(٢) = −٩ ≠ صفرًا، ومنه: ك(س) ليس أحد عوامل ق(س).

٣) ق$(\frac{-٥}{٢})$ = $\frac{٧٧}{٨}$ ≠ صفرًا، ومنه: ك(س) ليس أحد عوامل ق(س).

التدريب (٦)

نعم.

الأسئلة

١)

أ) الباقي= ق(١) = −١ ب) الباقي= ق(٣)= −٢٥

جـ) الباقي= ق($\frac{-١}{٢}$) = $\frac{-١٣}{٨}$

٢)

أ = ٢

٣)

أ) م (س) ليس أحد عوامل ق(س). ب) م (س) ليس أحد عوامل ق(س).

جـ) م (س) ليس أحد عوامل ق(س).

٤)

ق(١)= صفرًا.

م (س) أحد عوامل ق(س)، رأي أحمد صحيح.

٥)

ق(س)= −٢س^{٣} + ١٢س^{٢} − ٢٢س + ١٢

ثانيًا: تحليل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية.

عدد الحصص: ثلاث حصص.

النتاجات

- يحلل اقترانات كثيرات الحدود حتى الدرجة الثالثة إلى عواملها الأولية.
- يستخدم تحليل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية في حل مسائل عملية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

العامل الأولي للمقدار الجبري، التحليل إلى العوامل، الأصفار المحتملة للاقتران.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، تحليل المقادير الجبرية.
- كتاب الرياضيات، الصف العاشر ، كثيرات الحدود والعمليات عليها.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٧-٢١).

التعلم القبلي

العبارة التربيعية وطرائق تحليلها، مميز العبارة التربيعية، الفرق بين مربعي حدين، مجموع مكعبي حدين وطرحهما، أصفار الاقتران، القسمة التركيبية، نظرية الباقي والعامل.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر، انتقِ زميلًا، شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – توجيه السؤال الآتي إلى الطلبة:

- كيف يمكنك تحليل العدد (٣٥) إلى عوامله الأولية؟

٢ – الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها لتذكير الطلبة بمفهوم كل من عوامل العدد، والعامل الأولي.

٣ – كتابة المعلم (٣) اقترانات تربيعية على اللوح، يكون مميز أحدها سالبًا، والثاني موجبًا، والثالث صفرًا،

ثم طرح الأسئلة الآتية على الطلبة:

- ماذا نسمي هذه الاقترانات؟
- أيها يمكن تحليله؟
- فسِّر إجابتك.

٤ – الاستماع إلى إجابات الطلبة وتعزيزها، ثم تذكيرهم بمميز العبارة التربيعية عن طريق طرح الأسئلة والأجوبة.

٥ – تذكير الطلبة بطرائق تحليل المقادير الجبرية التي تعلموها (إخراج عامل مشترك، طريقة التجميع، الفرق بين مربعين، مجموع مكعبين والفرق بينهما، تحليل العبارة التربيعية)، وذلك بكتابة مثال على كل نوع، وتوجيه الطلبة إلى حله.

٦ – طرح السؤال الآتي على الطلبة:

- إذا كان الاقتران على صورة ق(س) = أس^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د، فهل تستطيع تحليله إلى عوامله الأولية في ضوء معرفتك السابقة؟

٧ – الاستماع إلى إجابات الطلبة، ثم مناقشتهم فيها.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، وتوجيههم إلى حله عن طريق تحليل الاقتران ق(س) = س^{٣} – ٨ إلى عوامله الأولية بناءً على معرفتهم السابقة، ثم مناقشة المثال نفسه باستخدام نظرية العوامل، والمقارنة بين الطريقتين.

٩ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢) الذي يتضمن تحليل اقتران تكعيبي إلى عوامله الأولية.

١٠ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم، ثم مقارنة كل طالب النتائج التي توصل إليها بنتائج زميله.

١١ – استخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك)، في أثناء حل الطلبة المثال (٣).

١٢ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٢) فرادى، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٣ – تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– توجيه كل طالب إلى تأمل تعلمه ذاتيًّا، بحيث يتضمن الآتي:

- شيئان تعلمهما في هذا الدرس، وشيء أراد طرح أسئلة عنه.

معلومات إضافية

إذا كان ق(س) = $أ_ن س^ن + أ_{ن-١} س^{ن-١} + \ldots + أ_١ س^١ + أ_٠$، حيث $أ_ن \neq ٠$ كثير حدود جميع معاملاته أعداد صحيحة، وكان العدد النسبي $\frac{ب}{جـ}$ صفرًا من أصفار الاقتران ق، فإن (ب) أحد عوامل الحد الثابت أ. و(جـ) أحد عوامل المعامل الرئيس ($أ_ن$).

ملحوظة

يمكن الرجوع إلى موقع منصة إدراك للتعليم المدرسي لتعرف كيفية تحليل كثيرات الحدود إلى عواملها الأولية:
https://programs.edraak.org/learn/repository/math-algebra-topics-v2/section/5a6088188c9a02049a3e69e5/

أخطاء شائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد مجموعة عوامل الحد الثابت؛ لذا ينبغي تدريبهم على ذلك، بذكر أمثلة على بعض الحدود الثابتة، وإيجاد عواملها.
- قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد صورة أحد عوامل الحد الثابت في الاقتران المعطى؛ لذا ينبغي تدريبهم على ذلك، بذكر أمثلة على العوامل ذات الإشارة السالبة.

الفروق الفردية

علاج

- حلِّل الاقترانات الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) ق(س) = $س^٢ - ٣س$ ب) م (س) = $س^٢ - ٢س + ١$

جـ) ل(س) = $٤ - س^٢$ د) هـ(س) = $س^٣ - ٢٧$

إثراء

- حلِّل ما يأتي إلى عوامله الأولية:

أ) ق(س) = $-٦س + ٣س^٢ + ١٢ + س^٣$ ب) هـ(س) = $٣ س^٣ + ٦ س^٢$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التواصل، التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (١-٢)، سلم التقدير اللفظي (١-٧)، سجل وصف سير التعلم (١-٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) ق(س) = (س − ٢) (س^{٢} + ٣س + ٦)

٢) ل(س) = (س − ٤) (س^{٢} + ٤س + ١٦)

التدريب (٢)

ق(س) = س (س^{٢} − س + ٤)

التدريب (٣)

٢٥س^{٢} + ٧٠س + ٤٩ = (٥س + ٧) (٥س + ٧)

طول الضلع = (٥س + ٧)، ومحيطه = ٤(٥س + ٧) متر.

محيطه عندما تكون قيمة (س = ٢٠ مترًا) = ٤(٥×٢٠ + ٧) = ٤٢٨ مترًا.

الأسئلة

١)

أ) ق(س) = (س − ٢) (س − ٣) (س − ٢)

ب) ل(س) = ٢(س − ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)

جـ) م(س) = (س − ١) (س − ٤) (س + ٢)

د) و(س) = س(س − ٣) (س + ٣)

٢)

لا؛ لأن حاصل ضرب أربعة عوامل أولية يكون من الدرجة الرابعة إذا كانت جميعها خطية.

٣)

ق(س) = س٣ − ١ = (س − ١) (س٢ + س + ١) عاملان أوليان فقط.

٤)

البُعْد الثالث = (س − ٣) متر.

النتاجات

- يميز التعبير النسبي من غيره من التعابير الجبرية.
- يكتب صيغًا مكافئة للتعابير النسبية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

التعبير النسبي، صيغة مكافئة، أبسط صورة للتعبير النسبي.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف التاسع ، المقادير الكسرية، تحليل المقادير الجبرية.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٢٢ - ٢٥).

التعلم القبلي

كثيرات الحدود، تحليل كثيرات الحدود، المقدار الكسري.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر- انتقِ زميلًا- شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ - مراجعة الطلبة في مفهوم (كثير الحدود)، بطرح السؤال الآتي:

- أي الاقترانات الآتية يعدُّ كثير حدود، مُفسِّرًا إجابتك:

$٢س^{٢}-١$ ، $\frac{٢}{س+١}$ ، $س^{٥٠}-٤س+٧$ ، $٥س^{٣}-٨س^{٢}+٩$؟

٢ - مناقشة الطلبة في الأمثلة الواردة في الصفحة (٢٢) من الكتاب المدرسي؛ لتمييز التعابير النسبية من غيرها.

٣ - مناقشة الطلبة في المثال (١)؛ لتدريبهم على كتابة الصيغ المكافئة، وإبراز مفهوم (التكافؤ) للمقادير

النسبية، عن طريق تعويض الأعداد في الصيغتين، ومقارنة الناتج لملاحظة أنه لم يتغير في الصيغتين.

٤ – إعداد بطاقات مكتوب على كل منها مثال لتعبير نسبي، ومراعاة أن يكون التعبير متنوعًا في طرائق التحليل في البسط والمقام، ثم توزيع الطلبة إلى مجموعات، وإعطاء أفراد كل مجموعة بطاقة، وتوجيههم إلى تبسيط التعبير النسبي في البطاقة إلى أبسط صورة، ثم مناقشة أفراد المجموعات في النتائج التي يتوصلون إليها، وتعزيز الصحيح منها.

٥ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – مناقشة الطلبة في المثال (٢)، والتنبيه على الفرع (٢) منه الذي يتضمن تعبيرًا نسبيًّا مكتوبًا في أبسط صورة.

٧ – تكليف الطلبة حل المسألة الوارد ذكرها في مقدمة الدرس ضمن مجموعات ثنائية، وبيان المقصود بعبارة: "نسبة المساحة المظللة إلى المساحة الكلية".

٨ – الاستماع إلى إجابات الطلبة، ثم مناقشتهم فيها.

٩ – تكليف أحد الطلبة حل المسألة على اللوح، وبيان أن الناتج يعدُّ من الصيغ المكافئة للنسبة بين المساحتين في أبسط صورة.

١٠– توجيه الطلبة –ضمن مجموعات ثنائية– إلى حل التدريب (٢)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (٢٥)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- توجيه الطلبة إلى حل أسئلة ورقة العمل (١–١).

أخطاء شائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة في تحليل المقادير؛ ما يجعل التبسيط غير صحيح. ولعلاج ذلك، يتم تدريبهم على تعويض عدد ما (عدا أصفار المقام)؛ للتأكد أن الناتج هو نفسه.
- قد يخطئ بعض الطلبة بعدم استثناء أصفار المقام عند كتابة صيغة مكافئة للاقتران النسبي، ويمكن علاج ذلك بتوضيح المجال لكل من الاقتران الأصلي، والاقتران بعد التبسيط.

الفروق الفردية

علاج

- حدِّد أي التعابير الآتية يعدُّ تعبيرًا نسبيًّا، مُفسِّرًا إجابتك:

أ) $\frac{س^{٠,٥} - ٥س}{س + ١}$ ، ب) $\frac{٨س^{٢} - ٢س}{س - ٢}$ ، جـ) $\frac{س^{٣} + س^{٢} - ٢}{\sqrt{س - ٢}}$ ؟

إثراء

- اكتب ما يأتي في أبسط صورة:

أ) $\frac{س^{٣} - س^{٢} - ٧س + ٧}{س^{٢} + س - ٢}$ ، ب) $\frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}}{٢س - ٤}$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، الورقة والقلم.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-٣)، ورقة العمل (١-١).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) $\frac{س - ٥}{س + ٢}$

٢) $\frac{٩ + ٣س + س^{٢}}{٢}$

التدريب (٢)

١) $\frac{س - ١}{س + ٣}$

٢) $\frac{س^{٢} - ٧}{س + ٢}$

٣) $\frac{١}{س^{٢} - س + ٢}$

٤) $\frac{س^{٣} + ٢س^{٢} + ١}{س + ٣}$

٥) $-(س + ١)$

٦) $\frac{-١}{٢ + س}$

الأسئلة

١)

أ) نعم.

ب) نعم.

جـ) لا، البسط ليس كثير حدود.

د) لا، المقام ليس كثير حدود.

٢)

أ) $س^{٢} + ٢$

ب) $\frac{س - ٣}{٣(س - ٢)}$

جـ) $\frac{-٢}{س^{٢} + ٤س + ١٦}$

د) $\frac{(س - ١)(س + ١)}{س - ٣}$

النتاجات

- يستخدم التكنولوجيا في تمثيل اقتران كثير حدود.
- يتعرف خصائص الاقترانات كثيرات الحدود.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

اقتران كثير حدود، قطع مكافئ، رأس القطع، مجال الاقتران، مدى الاقتران، اقتران متصل، القيمة الصغرى للاقتران، القيمة العظمى للاقتران.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف العاشر، تمثيل كثيرات الحدود بيانيًّا.

التكامل الأفقي

- وحدة برمجية إكسل، مبحث الحاسوب.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٢٦ – ٣٢).
- برمجية إكسل. – شاشة العرض. – اللوح البياني.

التعلم القبلي

الرسم باستخدام برمجية إكسل، رسم الاقتران التربيعي يدويًّا.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (المناقشة).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – تهيئة مختبر الحاسوب، والتأكد من وجود برمجية إكسل في جميع الأجهزة.

٢ – سؤال الطلبة: كيف تمثل الاقتران الخطي بيانيًّا؟

٣ – الاستماع إلى الإجابات، وتعزيز الصحيح منها.

٤ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم سؤالهم:

- هل يكفي تعيين نقطتين فقط لرسم منحنى الاقتران التربيعي بدقة؟
- برأيك، كم نقطة يلزم تعيينها؟

٥ – الاستماع إلى إجابات الطلبة، ثم مناقشتها، ثم كتابة الإجابة الصحيحة على اللوح.

٦ – توضيح مفهوم اتصال الاقتران للطلبة، وما يعنيه ذلك، وتحديد مجاله ومداه، وأصغر قيمة للاقتران، وأكبر قيمة له، وذلك بتأمل الرسم، وتقصي خصائص اقتران كثير الحدود في المثال (١).

٧ – توزيع الطلبة إلى مجموعات بحسب عدد الأجهزة المتوافرة في المختبر.

٨ – توجيه الطلبة إلى استخدام برمجية إكسل، ورسم الاقتران الوارد في المثالين (١)، و (٢).

٩ – التجول بين الطلبة للتأكد من اكتسابهم المهارة المطلوبة لرسم الاقتران باستخدام البرمجية، ومتابعتهم في أثناء العمل في المجموعات، وتوزيع الأدوار فيما بينهم، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٠– مناقشة أفراد المجموعات في النتائج التي يتوصلون إليها، والطلب إلى إحدى المجموعات عرض إجاباتها على شاشة العرض.

١١– توجيه أفراد المجموعات إلى حل التدريب (١)، بحيث ترسم كل مجموعة اقترانًا واحدًا، ثم تذكر خصائصه، ثم تقارن إجابتها بإجابة المجموعة التي حلَّت السؤال نفسه.

١٢– مناقشة الطلبة في حل المثال (٣) لاستقصاء خصائص الاقتران المرسوم.

١٣– توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٢)، والتأكد أنه يمكنهم استخدام البرمجية في رسم الاقتران، ثم تحديد خصائصه عن طريق الرسم.

١٤– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– توجيه كل طالب إلى تعبئة نموذج بطاقة الخروج، بحيث يكتب فيه الموضوع الأكثر وضوحًا، والموضوع الأكثر غموضًا في الدرس.

معلومات إضافية

يمكن الاستعانة بالبرامج التطبيقية لرسم المنحنيات، وتدريب الطلبة على استخدامها؛ لتعميق فهمهم خصائص المنحنيات، ويمكن الحصول على تلك البرامج من التطبيقات الموجودة في الهواتف الذكية.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة في كتابة صيغة الاقتران عند استخدام برمجية إكسل؛ لذا ينبغي تدريبهم على كتابة صيغ الاقتران باستخدام الرموز الرياضية الموجودة في جهاز الحاسوب على النحو الآتي:

التعبير، أو الرمز الرياضي	التعبير بلغة جهاز الحاسوب
– الضرب (×)	– *
– القسمة (÷)	– /
– الأس	– ^
– ٢س^{٣} – ٥س + ٤	– (2*a_1^3 – 5a_1 + 4)

الفروق الفردية

علاج

– إذا كان ق(س) = ١ – س^{٣}:

أ) مثِّل الاقتران ق(س) بيانيًّا.

ب) جد مقطع منحنى الاقتران مع محور الصادات.

جـ) هل الاقتران ق متصل؟

إثراء

– حديقة منزل مستطيلة الشكل، طولها (س – ١) متر، وعرضها (س – ٤) متر، ارسم الاقتران الذي يمثل مساحتها، والاقتران الذي يمثل محيطها باستخدام برمجية إكسل.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات، الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التقدير (١–٤)، نموذج بطاقة الخروج (١–٩)، قائمة رصد التعلم التعاوني (١–٩).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريب (١)، والتدريب (٢): استخدام برمجية إكسل، أو الاستعانة ببرامج الرسم التي يمكن تحميلها في الهواتف الذكية.

١)

أ) مجال الاقتران ق = ح ، مداه = ح ، المقطع السيني = ١، المقطع الصادي = −١

ب) مجال الاقتران ك = ح ، مداه = ح ، المقطع السيني = ٥، المقطع الصادي = ١٢٥

جـ) مجال الاقتران ل = ح ، مداه = {ص:ص ≤ $\frac{٧}{٨}$}، لا يوجد مقطع سيني، المقطع الصادي = ١

د) مجال الاقتران ن = ح ، مداه = ح ، المقطع السيني = ١، المقطع الصادي = −١

هـ) مجال الاقتران ع = ح ، مداه = ح ، المقطع السيني = ١، المقطع الصادي = −١

و) مجال الاقتران م = ح ، مداه = −٢، لا يوجد مقطع سيني، المقطع الصادي = −٢

٢)

الاستعانة ببرامج الرسم المختلفة.

٣)

مجال الاقتران ع = ح ، مداه = {ص: ص ≥ ٤}، المقطع السيني = −٢، ٢، المقطع الصادي = ٤

النتاجات

- يتعرف المتباينة غير الخطية بمتغير واحد.
- يحل متباينة غير خطية ذات متغير واحد.
- يحل مسائل تطبيقية على المتباينات.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

معادلة غير خطية، متباينة، متباينة غير خطية، مجموعة حل المتباينة.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف التاسع، المتباينة الخطية وحلها.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٣٣-٣٦).

التعلم القبلي

- المتباينة، حل المتباينة، تحليل المعادلة من الدرجتين الثانية والثالثة.
- الفترات على الأعداد الحقيقية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – كتابة مجموعة من المعادلات والمتباينات على اللوح، ثم توجيه الطلبة إلى تصنيفها إلى معادلات ومتباينات.

٢ – حل التعبيرين الجبريين: ٢س + ٤ = ٠، ٢س + ٤ ≤ ٠، ثم مناقشة الطلبة في الحل، وتوجيههم إلى ملاحظة الفرق بين التعبيرين ومجموعة حل كل منهما.

٣ – كتابة المتباينة غير الخطية الوارد ذكرها في مقدمة الدرس على اللوح، ثم سؤال الطلبة عن نوع المتباينة؛

لتقديم مفهوم المتباينة غير الخطية بمتغير واحد.

٤ – طرح المسألة الوارد ذكرها في مقدمة الدرس؛ لإثارة تفكير الطلبة، وحفزهم إلى تحقيق هدف الدرس.

٥ – مراجعة الطلبة في أنواع الفترات، وتوضيح كيفية كتابتها كما في الكتاب المدرسي.

٦ – توضيح خطوات حل المتباينات غير الخطية بمتغير واحد، وذلك بحل الفرع الأول من المثال (١)، وتوجيه الطلبة إلى كيفية دراسة إشارة كل عامل على حدة، وطرح السؤالين الآتيين:

- كيف يمكننا الآن تحديد إشارة المعادلة كلها؟
- ما الفترة التي تحقق حل المتباينة؟

٧ – الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها، ثم عرض الإجابة الصحيحة على اللوح.

٨ – توجيه الطلبة إلى حل الفرعين الثاني والثالث من المثال (١) ضمن مجموعات ثنائية، وإدارة النقاش السابق مع الطلبة.

٩ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٠ – تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– عمل مسابقة بين فريقين أو طالبين عن نتاجات الدرس، ويمكن تكرار المسابقة بين عدد آخر من الطلبة.

الفروق الفردية

علاج

– جد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

أ) $س^{٢} - ٣س + ٢ \geq ٠$ ب) $س^{٢} - ٣س + ٢ \leq ٠$

جـ) $س^{٢} - ٣س + ٢ < ٠$ د) $س^{٢} - ٣س + ٢ > ٠$

هـ) $٨ - ٢س^{٢} < ٠$ و) $- س^{٢} - س + ٢ < ٠$

إثراء

– متوازي مستطيلات حجمه يعطى بالعلاقة:

ح (س) = $س^{٣} + س^{٢}$، جد قيمة س التي تجعل حجم متوازي المستطيلات أكبر من ٢

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة في كتابة فترات الحل بصورة صحيحة، وفي اختيار مجموعة الحل الصحيحة؛ لذا يجب تنبيههم للإشارة الموجودة في المتباينة الأصلية قبل معالجتها بالتحليل أو التبسيط؛ نظرًا إلى اعتمادها في إغلاق الفترات أو فتحها، واختيار مجموعة الحل المناسبة، والتحقق من صحة الحل باختيار قيمة من المجموعة والتعويض بالمتباينة ليكون ناتج التعويض جملة صحيحة.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، التواصل.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-٥)، قائمة رصد العمل التعاوني (١-٦).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) $س^{٢} - ٢س + ٨ \geq$ صفر، المميز سالب؛ لذا فإن إشارة المتباينة موجبة.
مجموعة الحل $\varnothing$.

٢) مجموعة الحل هي الفترة [٢، ٣].

٣) مجموعة الحل هي الفترة $(-\infty، \infty)$، أو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

التدريب (٢)

$س (س - ١٠) \leq$ صفر.
عدد الحقائب ١٠ على الأقل.

الأسئلة

١)
قد تتعدد إجابات الطلبة، مثل: $س^{٢} + ١ \leq ٤$

٢)
بالتعويض $٢٨ \geq ٢٨$؛ لذا فإن ٣ $\ni$ إلى مجموعة الحل.

٣)
أ) $٥س^{٢} - س - ١٠ \geq$ صفر.

ب) $س^{٣} - ٩س - ١ \leq$ صفر.

جـ) $س^{٢} + س - ٢ \geq$ صفر.

٤)

أ) مجموعة الحل هي الفترة (٤ ، ٥).

ب) مجموعة الحل هي س = ٤

جـ) مجموعة الأعداد الحقيقية.

٥)

ر(س) = د(س) – ك(س)

ر(س) = $٣س^{٢} - ٦س = ٣س (س - ٢) \leq$ صفر.

مجموعة الحل س ≤ ٢ ، س $\geq$ صفر (مستحيل).

ومنه: عدد القطع التي يمكن للمحل أن يبيعها ليحقق ربحًا هو ٢ على الأقل.

إجابات أسئلة الوحدة

١)
أ) الباقي = ل (−١) = ٠، ب) الباقي = ل (٣) = − ٧٦

٢)
أ) ق(٢) = ٢ ≠ صفرًا ، م(س) ليس عاملًا من عوامل ق(س).
ب) ق(−٣) = ٣٦ ≠ صفرًا ، م(س) ليس عاملًا من عوامل ق(س).

٣) ق(س) = (س − ٢) (٣س − ٤) (٣ + س) = ٣س^{٣} − س^{٢} − ٢٢س + ٢٤

٤) ق(س) = ٢س^{٢} + ٤س − ٦

٥)
أ) ق(س) = (س − ١) (س − ١) (س + ١)
ب) ل(س) = ٢(س − ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤)
جـ) ق(س) = (س − ٢) (س − ٢) (س + ١)

٦)
أ) ليس تعبيرًا نسبيًّا. ب) تعبير نسبي.

٧)
أ) $\frac{س^{٢} + ٢س + ٦}{س - ٤}$ ب) $\frac{٢}{س^{٢} + ٣س + ٦}$
جـ) $\frac{- ١}{س - ٥}$

٨) رسم باستخدام برمجية إكسل، أو برامج الرسم التي يمكن تحميلها في الهواتف الذكية.

٩)
أ) مجموعة الحل هي ∅. ب) مجموعة الحل هي الفترة [−٢،٣].
جـ) مجموعة الحل هي الفترة (−∞، ∞)، أو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

١٠) يكون العرض الأول أفضل من العرض الثاني عندما س < ٢ ، أو س > ٢٥

١١)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥
رمز الإجابة الصحيحة	ب	أ	ب	ب	د

ورقة العمل (١-١)

الهدف: التمييز بين التعابير الكسرية والتعابير النسبية.

١ – صنِّف التعابير الآتية في مجموعتين.

٢ – ماذا تسمى كل مجموعة؟

أ) $\frac{س^{٥} + ٢س}{س^{٢} + ٢س}$

ب) $\frac{٢س^{٢} + ٤س - ١}{٢س + ١}$

جـ) $\frac{\sqrt{س^{٣} + ٤س - س + ١}}{س^{٢} - ٢س + ٥}$

د) $\frac{\sqrt{٦س^{٢}}}{٦س - ٣س^{٢}}$

هـ) $\frac{\sqrt[٣]{س} - ٣س + ١}{س^{٢} - ٣س + ٢}$

و) $\frac{س^{٠,٣} + ١٢٥}{س^{٢} + ٦س + ٥}$

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-١).

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	يجد ناتج قسمة كثير حدود على آخر باستخدام القسمة التركيبية.		
٢	يجد باقي قسمة كثير حدود على آخر باستخدام نظرية الباقي والعامل.		
٣	يستخدم نظرية الباقي والعامل في بيان قابلية قسمة كثير حدود على آخر.		
٤	يستخدم نظرية الباقي والعامل في إيجاد قيم الثوابت.		
٥	يستخدم نظرية الباقي والعامل في حل مسائل حياتية.		

استراتيجية التقويم: التواصل.

أداة التقويم: سلم التقدير (١-٢).

النتاج: يحلل كثير حدود من الدرجة الثالثة إلى عوامله الأولية.

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يحدد القاعدة الأنسب لتحليل كثير حدود معطى بمتغير واحد.					
٢	يحدد صفر الاقتران لكثير حدود بمتغير واحد من الدرجة الثالثة.					
٣	يحدد العامل الأول لكثير حدود بمتغير واحد من الدرجة الثالثة.					
٤	يستخدم إحدى طرائق القسمة في تحليل كثير حدود بمتغير واحد من الدرجة الثالثة.					
٥	يحلل كثير حدود من الدرجة الثانية بأكثر من طريقة (إن وجدت).					

(٥) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ووجود مساعدة.

(٢) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

(١) أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١-٣).

النتاج الأول: يميز التعبير النسبي عن غيره من التعابير الجبرية.

النتاج الثاني: يكتب صيغًا مكافئة للتعابير النسبية.

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	يميز التعبير النسبي من التعبير الكسري.		
٢	يجد تعبيرًا نسبيًّا مكافئًا لتعبير نسبي معطى في أبسط صورة.		
٣	يوضح مفهوم تكافؤ تعبيرين نسبيين.		
٤	يحل مسائل عملية تتضمن تعابير نسبية.		

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير (١-٤).

النتاج الأول: يمثل اقتران كثير حدود باستخدام التكنولوجيا.

النتاج الثاني: يحدد خصائص اقتران كثير حدود عن طريق الرسم.

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤
١	يستخدم برمجية إكسل في رسم اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة.				
٢	يحدد إذا كان الاقتران كثير الحدود متصلًا أم لا.				
٣	يحدد المجال لاقتران كثير حدود عن طريق الرسم.				
٣	يحدد المدى لاقتران كثير حدود عن طريق الرسم.				
٤	يحدد أكبر قيمة لاقتران كثير حدود، وأصغر قيمة له (إن وجدت) عن طريق الرسم.				

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ووجود مساعدة.

(٢) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

(١) أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة، التواصل.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١ – ٥).

النتاج الأول: يتعرف المتباينة غير الخطية بمتغير واحد.

النتاج الثاني: يستخدم حل المتباينات غير الخطية في حل مسائل تطبيقية.

الرقم	مؤشرات الأداء	نعم	لا
١	يميز بين المعادلة والمتباينة.		
٢	يحدد إشارة كل عامل من عوامل المتباينة على حدة.		
٣	يحدد إشارة المعادلة النهائية.		
٤	يجد مجموعة حل المتباينة غير الخطية المعطاة.		
٥	يستخدم الفترات في التعبير عن مجموعة حل المتباينة بصورة صحيحة.		

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (١ – ٦).

النتاج: تقويم أداء المهارات الاجتماعية للطالب في أثناء العمل في مجموعات تعاونية.

الرقم	المعيار	نعم	لا
١	يتقبل زملاءه في المجموعة.		
٢	يقوم بالمهام الموكولة إليه.		
٣	يساعد زملاءه في المجموعة عند الحاجة.		
٤	يشارك في المناقشة.		
٥	يعبر عن رأيه بوضوح.		

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير اللفظي (١-٧).

النتاج: تقويم أداء الطالب في حل المسألة.

مؤشرات الأداء	ضعيف في حل المسألة	مبتدئ في حل المسألة	قادر على حل المسالة	خبير في حل المسألة
يعيد صياغة المسألة بكلماته الخاصة.	لا يستطيع صياغة المسألة بكلماته الخاصة.	يجد صعوبة في صياغة المسألة بكلماته الخاصة، ويحتاج إلى شرح أكثر.	يستطيع صياغة المسألة بكلماته الخاصة.	يستطيع صياغة المسألة بكلماته الخاصة بطلاقة.
يحدد المعطيات والمطلوب.	لا يستطيع تحديد المعطيات والمطلوب.	يجد صعوبة في تحديد المعطيات والمطلوب، وفي التفريق بين المعطيات والمطلوب.	يحدد المعطيات والمطلوب.	يحدد المعطيات والمطلوب، ويعمل رسمًا توضيحيًّا للمسألة، ويعين عليه المعطيات والمطلوب إن لزم ذلك.
يحدد طريقة الحل المناسبة.	لا يستطيع تحديد طريقة الحل المناسبة.	يحاول تحديد طريقة الحل المناسبة، ويحتاج إلى مساعدة.	يلتزم بطريقة الحل الموجودة في الكتاب المدرسي.	يبتكر أكثر من طريقة للحل.
ينفذ الحل.	لا يستطيع أن ينفذ الحل.	يستطيع تنفيذ الحل، مع وجود أخطاء في بعض خطوات الحل.	يستطيع تنفيذ الحل، ولكن يحتاج إلى وقت طويل.	ينفذ الحل بسرعة ودقة وإتقان.
يتحقق من صحة الحل.	لا يستطيع التحقق من صحة الحل.	لا يتحقق من صحة الحل.	يتحقق من صحة الحل بطريقة محددة.	يتحقق من صحة الحل بأكثر من طريقة.

ضعيف: (١) علامة واحدة، مبتدئ: (٢) علامتان، قادر: (٣) ثلاث علامات، خبير: (٤) أربع علامات.

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات.

أداة التقويم: سجل وصف سير التعلم (١–٨).

الموضوع: ..... . **الاسم:** ..... .

تعلمت اليوم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

واجهت صعوبة في فهم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ملاحظات المعلم:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات.

أداة التقويم: نموذج بطاقة الخروج (١-٩).

الموضوع: ..... . **الاسم:** ..... .

بطاقة خروج

الموضوع الأكثر وضوحًا:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الموضوع الأكثر غموضًا:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

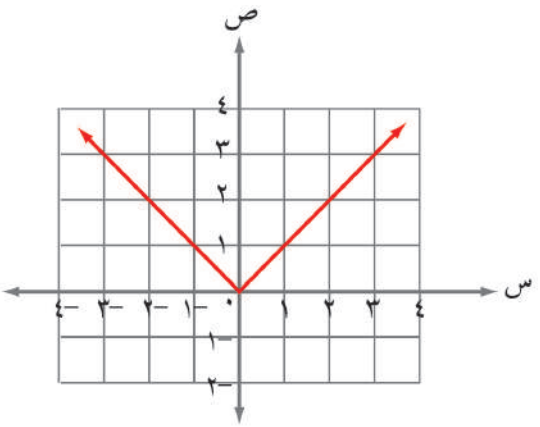
الوحدة الثانية

٢

الاقترانات

Functions

تدخل الرياضيات في دراسة الكثير من العلوم، مثل: الفيزياء، والكيمياء، والطب، والهندسة، والعلوم الإنسانية، ويستفاد منها عن طريق الربط بين المتغيرات وفق قواعد وعلاقات تساعد على التنبؤ بحدث قادم، ويطلق على هذه القواعد اسم الاقترانات التي تُعَدُّ من موضوعات الرياضيات المهمة؛ نظرًا إلى حاجة العلوم الأخرى إليها.

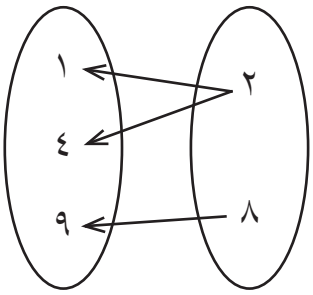


يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

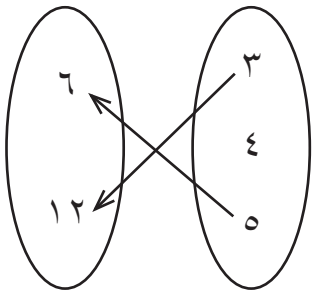
- تعرف بعض الاقترانات، مثل:
  - الاقترانات الحقيقية.
  - الاقترانات المتشعبة.
  - اقترانات القيمة المطلقة.
- تمثيل الاقترانات المتشعبة واقترانات القيمة المطلقة بيانيًّا.
- إظهار فهم لعملية تركيب الاقترانات واستخدامها في إيجاد الاقتران العكسي لاقتران خطي.
- استخدام الاقترانات الخاصة في النمذجة وحل المسائل في مواقف حياتية عدَّة، مُبرِّرًا الحل.

تهيئة

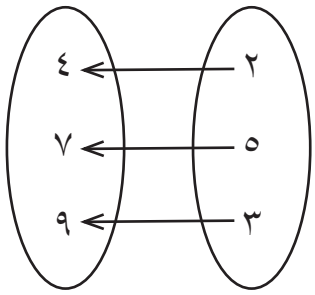
١) أي العلاقات الآتية تمثل اقترانًا؟ لماذا؟



م



ل



ع

٢) حدِّد المجال والمدى للاقترانين الآتيين:

أ) ق(س) = ٤ – س

ب) هـ(س) = ٧

٣) ارسم منحنى الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = ٢س + ١

ب) هـ(س) = ٥

جـ) م (س) = ٦ – ٣س

٤) حل المعادلات الآتية:

أ) ٥س + ٣ = ٢س

ب) س^{٢} + ٤س = ٢١

جـ) س^{٢} + ٢س +١ = ٠

د) ٥س^{٢} + ١٠س = ٠

٥) جد مجموعة حل المتباينات الآتية، ثم مثِّل الحل على خط الأعداد:

أ) ٢س + ٥ ≤ – ٢

ب) س^{٢} + ٤ ≤ ٠

جـ) (٣ – س)^{٢} > ٠

٦) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

(١) أي الاقترانات الآتية كثير حدود:

أ) ق(س) = س^{٢} + ٣س + $\sqrt{\text{س}}$ ب) هـ(س) = س$^{-٢}$ + ٨س − ٣

جـ) ل(س) = س^{٣} − ٤س^{٢} + ٣ د) م (س) = (٢)$^{\text{س}}$ + ٥

(٢) قيمة ح ∩ [٠، ∞) تساوي:

أ) ح ب) [٠، ∞)

جـ) ø د) {٠}

(٣) قيمة |−٤| تساوي:

أ) −٤ ب) ٤

جـ) ٠ د) لا شيء مما ذكر

(٤) إذا كان ق(س) = −٥س^{٢}− ٤س+ ٣، فإن ق(−١) تساوي:

أ) ٦ ب) ٤

جـ) ٣ د) ٢

إجابات أسئلة التهيئة

١)

أ) العلاقة (ع) تمثِّل اقترانًا؛ لأن كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد (صورة) فقط في المدى.

ب) العلاقة (ل) لا تمثِّل اقترانًا؛ لأن العنصر (٤) في المجال لم يرتبط بعنصر في المدى.

جـ) العلاقة (م) لا تمثِّل اقترانًا؛ لأن العنصر (٢) في المجال مرتبط بعنصرين في المدى.

٢)

أ) المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)، المدى: ح.

ب) المجال: ح، المدى: {٧}.

٣)

يمكن للمعلم الاستعانة ببرامج الرسم التي يمكن تحميلها في الهواتف الذكية.

٤)

أ) س = {−١}.

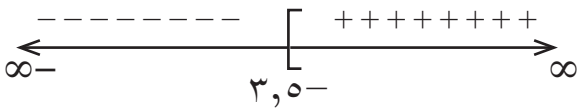
ب) س = {٣، −٧}.

جـ) س = {−١}.

د) س = {−٢، ٠}.

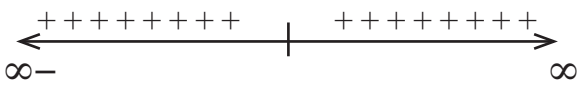
٥)

أ) س ≤ −٣,٥

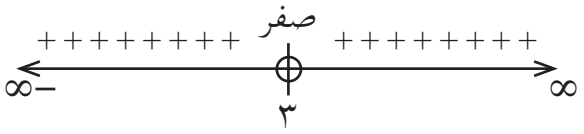


ب) حل المتباينة هو:

مجموعة الأعداد الحقيقية (ح):



جـ) حل المتباينة هو: ح − {٣}.



٦)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤
رمز الإجابة الصحيحة	جـ	ب	ب	د

النتاجات

- يرسم منحنى اقتران من الدرجة الثانية على الأكثر.
- يجد المجال والمدى لاقتران من الدرجة الثانية على الأكثر.
- يستقصي المجال والمدى لاقترانات الجذور.
- يتعرف الاقتران النسبي.
- يجد مجال الاقتران النسبي.
- يتعرف الاقتران الكسري.
- يجد مجال الاقتران الكسري.
- يميز بين الاقتران النسبي والاقتران الكسري.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

الاقتران الحقيقي، اقترانات الجذور، الاقترانات النسبية، الاقترانات الكسرية، المجال، المدى.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف العاشر، اقترانات كثيرات الحدود.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٤٢–٥٠).

التعلم القبلي

مفهوم المجال، مفهوم المدى، رسم الاقتران التربيعي.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي)، حل المشكلات والاستقصاء.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المجال ومفهوم المدى، وإيجاد كل منهما لبعض الاقترانات، مثل:

ق(س) = ٥س + ١، هـ(س) = ٨، م(س) = ٥ – س.

٢ – مراجعة الطلبة في خطوات رسم منحنى الاقتران التربيعي (القطع المكافئ).

٣ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢) الذي يتضمن تحديد المجال والمدى للقطع المكافئ.

٤ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١) في دفاترهم، والتجول بينهم موجِّهًا ومساعدًا ومرشدًا، ثم كتابة الإجابات على اللوح، ومناقشتهم فيها.

٥ – تعريف مفهوم (الاقتران الحقيقي) للطلبة، ثم عرض أمثلة متنوعة عليه (خطية، تربيعية، كثيرات حدود)، ولفت انتباههم إلى وجود أنواع جديدة من الاقترانات الحقيقية تتضمنها هذه الوحدة، مثل: اقترانات الجذور، والاقترانات الكسرية، والاقترانات النسبية.

٦ – تعريف الطلبة باقترانات الجذور، ثم عرض الأمثلة الآتية عليها:

$ق(س) = \sqrt{س}$ ، $هـ(س) = \sqrt{س - ١}$ ، $ل(س) = \sqrt[٣]{١٥ - ٧س}$.

٧ – توزيع الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة؛ لمناقشة ورقة العمل (٢–١) التي تتضمن استقصاء المجال والمدى لاقترانات الجذور، والتجول بينهم موجِّهًا ومساعدًا ومرشدًا، ثم كتابة التعميمات التي يتوصل إليها على اللوح.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثالين (٣)، و(٤)؛ لإيجاد المجال والمدى لاقترانات الجذر التربيعي، وتمثيل الاقتران بيانيًّا.

٩ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٥)؛ لإيجاد المجال والمدى لاقتران الجذر التكعيبي، وسؤالهم: هل يوجد فرق بين اقتران الجذر التربيعي واقتران الجذر التكعيبي؟ هل يوجد قيد على المجال؟ وبذلك يمكنهم استنتاج مجال اقتران الجذر التكعيبي.

١٠– توجيه الطلبة ضمن مجموعات ثنائية إلى حل التدريبين (٢)، و(٣)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– تعريف مفهوم (الاقتران النسبي) للطلبة، ثم عرض أمثلة عليه.

١٢– عرض الأمثلة (٧)، و(٨)، و(٩)، ثم مناقشة الطلبة فيها لتقديم مجال الاقتران النسبي.

١٣– توزيع الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة، ثم توجيههم إلى حل التدريب (٤)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٤– تعريف الاقتران الكسري، ثم عرض أمثلة عليه للتمييز بين الاقتران الكسري والاقتران النسبي، ثم مناقشة حل المثال (١٠) على اللوح الذي يتضمن إيجاد مجال الاقتران الكسري.

١٥– توجيه كل طالب إلى حل التدريب (٥) في دفتره، ثم مقارنة حل كل منهم بحل زميله الذي بجانبه، ثم مناقشتهم في الإجابة الصحيحة على اللوح.

ختم الدرس

- تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.
- مراجعة التعميمات الخاصة بمجال الاقتران الحقيقي، واقتران الجذور، والاقتران النسبي، والاقتران الكسري.

معلومات إضافية

- قد تبدو بعض الاقترانات غير نسبية، ولكن يمكن تبسيطها بتوحيد المقامات مثلًا، فتصبح نسبية، مثل:

$$ق(س) = \frac{س^{-٣} + ٥س + ٢}{س^{٢} - س} \quad ، \quad هـ(س) = \frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}}{٢س - ٤} .$$

- يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات، وتدريب الطلبة على استخدامها؛ لتعميق فهمهم خصائص المنحنيات، ويمكن الحصول على هذه البرمجيات من التطبيقات المتاحة في الهواتف الذكية.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة بعدم استثناء أصفار مقام الاقتران النسبي والاقتران الكسري من المجال.

الفروق الفردية

علاج

- ما مجال الاقتران $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س + ٣}$ ؟
- ما مجال الاقتران $هـ(س) = س - ٣$؟
- هل مجال ق(س) يساوي مجال هـ(س)؟ فسِّر إجابتك.

إثراء

- جد مجال الاقتران $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س + ٣}$.
- هل مجال $ق(س) = \frac{\sqrt{س^{٢} - ٢٥}}{\sqrt{س - ٥}}$ يساوي مجال $هـ(س) = \sqrt{س + ٥}$ ؟ برِّر إجابتك.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٢-١)، سجل وصف سير التعلم (١-٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

أكبر قيمة هي عندما س= صفرًا، وهي ق(٠) = ٤، ومجال الاقتران ق هو ح، ومداه (– ∞، ٤].

التدريب (٢)

١+ س^{٢} ≥ صفر، ومنه: مجال ق(س) هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

التدريب (٣)

ق(٩)= $\sqrt[٣]{١-٩}$ = $\sqrt[٣]{-٨}$ = –٢، مجال ق(س) هو ح، ومداه ح.

التدريب (٤)

مجال البسط ح، ومجال المقام ح – {–٥}، وعليه فإن مجال ق (س) هو ح – {–٥}.

التدريب (٥)

١) مجال هـ (س) هو [–٥، ∞).

٢) هـ(–٥) = ٠، هـ(٠) = $\sqrt{٥}$ ، هـ(٥) = $\frac{\sqrt{١٠}}{٢٦}$.

الأسئلة

١)

أ) ق(س) = $\frac{-١}{٢}$ س: مجاله مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)، ومداه ح.

ب) هـ(س) = ٤ + ٢س: مجاله مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)، ومداه ح.

جـ) د(س) = س^{٢} + ١: مجاله ح، ومداه [١، ∞).

٢)

أ) ق(٣) = ٠، ق(–٣) = ٠، ق(٥) = ٤ ب) مجال ق(س) هو: (– ∞، –٣]، [٣، ∞).

٣)

أ) مجاله (–٣، ∞). ب) مجاله ح. جـ) مجاله ح – {–٥}.

د) مجاله (– ∞، –٣]، [–٢، ∞). هـ) مجاله ح – {–١،٤}.

و) مجاله ح – {٢}. ز) مجاله (– ∞، ٤]. ح) مجاله ح.

٤)

المجال ح، والمدى = [٠، ∞).

٥)

ن ≥ ٣، إذن مجاله [٣، ∞).

أولًا: **الاقترانات المتشعبة.** **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات الخاصة

- يتعرف الاقتران المتشعب.
- يمثل الاقتران المتشعب بيانيًّا.
- يكتب قاعدة اقتران ممثل بيانيًّا.
- يستخدم الاقتران المتشعب في حل مسائل حياتية.
- يقدر أهمية الاقترانات المتشعبة في الحياة.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

الاقتران المتشعب، نقطة التشعب، مجال الاقتران المتشعب.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف العاشر، كثيرات الحدود وتمثيلها بيانيًّا.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٥١–٥٦).
- اللوح البياني.

التعلم القبلي

- مفهوم الاقتران، ومفهوم المجال.
- تمثيل الاقتران بيانيًّا.
- خطوات حل المسألة.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة، فكر– انتقِ زميلًا– شارك)، استراتيجية بوليا لحل المسألة.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – طرح أسئلة عن مفهوم الاقتران ومجاله، ثم توجيه الطلبة إلى تمثيل الاقتران ق(س) = ٢س، والاقتران هـ(س) = س^{٢} + ١ في دفاترهم.

٢ – مراجعة الطلبة في استراتيجية بوليا لحل المسألة الرياضية (فهم المسألة، التخطيط للحل، تنفيذ الحل، التحقق من صحة الحل أو معقوليته).

٣ – قراءة المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس، ثم طرح أسئلة عنها، مثل:

- ما عدد ساعات العمل الرسمي؟
- ماذا نسمي ساعات العمل التي تزيد على ساعات العمل الرسمي؟
- كم أجرة ساعة العمل الرسمي؟
- كم أجرة ساعة العمل الإضافي؟
- اكتب الاقتران ق(س) الذي يمثل ساعات العمل الرسمي.
- اكتب الاقتران هـ(س) الذي يمثل ساعات العمل الإضافي.

٤ – كتابة الاقتران الذي يمثل هذه المسألة على اللوح باستخدام استراتيجية بوليا لحل المسألة، وتوضيح أن هذا النوع من الاقترانات يسمى اقترانًا متشعبًا، وبيان أن النقطة (س، ق(س)) التي تتغير عندها صورة الاقتران تسمى نقطة التشعب، ثم توضيح كيفية توزيع الاقتران ق على خط الأعداد.

٥ – عرض نماذج لفواتير كهرباء، وبيان كيفية حساب قيمة الاستهلاك بحسب الفئة، وتوضيح أن ذلك يمثل اقترانًا متشعبًا، وتوجيه الطلبة إلى ذكر أمثلة أخرى حياتية على اقترانات متشعبة.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١) في الصفحة (٥٢) من الكتاب المدرسي؛ لتدريبهم على إيجاد صور بعض العناصر في الاقتران المتشعب، ثم توجيههم إلى حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – مناقشة الطلبة في حل المثالين (٢)، و(٣)؛ لتدريبهم على كيفية تمثيل الاقتران باستخدام اللوح البياني، مع مراعاة دقة الأبعاد، والتركيز على صورة الاقتران المتشعب عند نقطة التشعب، ومعنى الحلقة المرسومة عند نقطة التشعب (التفرع).

٨ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٢) في الصفحة (٥٤) في دفاتر الرسم البياني، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – تذكير الطلبة بالرسم البياني للاقتران ق (س) = أ ، والاقتران هـ (س) = أس + ب، والاقتران و(س) = أ – ب س، والاقتران م(س) = س^{٢}.

١٠– مناقشة الطلبة في حل المثال (٤) على اللوح، وتدريبهم على قراءة الشكل البياني، واستخراج المعلومات منه، عن طريق طرح الأسئلة الآتية:

- كم قاعدة للاقتران ق(س) الممثل بيانيًا؟
- ما قيمة س التي يتشعب عندها الاقتران ق؟

- ما قاعدة الاقتران ق عندما س > صفر؟
- ما قاعدة الاقتران عندما س ≥ صفر؟
- اكتب قاعدة الاقتران المتشعب ق(س).

١١- مناقشة الطلبة في حل المثال (٥) بطريقة مشابهة للمثال الرابع.

١٢- حل الطلبة أسئلة نشاط (فكر) باستخدام استراتيجية (فكر- انتقِ زميلًا - شارك).

١٣- حل الطلبة التدريب (٣) ضمن مجموعات ثنائية، ثم مشاركة كل مجموعة بقية المجموعات في حلها.

١٤- مناقشة الطلبة في حل المثال (٦)، وبيان أن هذا المثال هو من التطبيقات الحياتية للاقتران المتشعب.

١٥- تكليف الطلبة حل أسئلة الدرس، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

ختم الدرس

- توجيه كل طالب إلى تعبئة نموذج بطاقة الخروج، بحيث يكتب فيه الموضوع الأكثر وضوحًا، والموضوع الأكثر غموضًا في الدرس.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة عند رسم الاقتران المتشعب، بحيث لا يضعون دائرة مفتوحة في المكان المناسب؛ لذا يُبيِّن لهم المعلم بالأمثلة أن عدم وجود دائرة مفتوحة عند نقطة التشعب يعني وجود أكثر من صورة للنقطة، وأن هذا يناقض تعريف الاقتران.

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س & ، \ س \geq ١ \\ س + ٣ & ، \ س < ١ \end{cases}$ ،

فجد ق(−١)، ق(٠)، ق(١)، ق(٢)، ق(٥).

إثراء

- يمثل الجدول الآتي تعرفة فاتورة الكهرباء:

الفئة	كمية الاستهلاك الشهري	التعرفة (فلس/كيلوواط)
الأولى	من (١−١٦٠) كيلوواط/ساعة	٣٣
الثانية	من (١٦١−٣٠٠) كيلوواط/ساعة	٧٧
الثالثة	من (٣٠١−٥٠٠) كيلوواط/ثانية	٨٦

اكتب الاقتران الذي يمثل كمية الاستهلاك.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات، الملاحظة.

أداة التقويم: نموذج بطاقة الخروج (١–٩)، قائمة الرصد (١–٦).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

ق(١) = ٣ ، ق(٢,٥) = ٦,٢٥ ، ق(٠) = ١ ، ق(٣) = ٢ ، ق(٤) = ٣

التدريب (٣)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} ٢ & ، \quad س < -١ \\ ٢س & ، \quad -١ \leq س \leq ١ \\ -س & ، \quad س \leq ١ \end{cases}$$

الأسئلة

١)

ق(٢) = ٥ ، ق(−٤) = ٥ ، ق(−٢) = −٥

ق(٠) = ٥ ، ق(١) = ٥ ، ق(−٠,٥) = −٢

٢)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} س ، س \geq ٠ \\ س^{٢} ، س < ٠ \end{cases}$$

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} -٢ & ، \quad س < -١ \\ س & ، \quad -١ \leq س < ١ \\ ١ & ، \quad س \leq ١ \end{cases}$$

٣)

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} ٢س ، س \geq ٨ \\ ١٦ + ٣س ، س < ٨ \end{cases}$$

ثانيًا: اقتران القيمة المطلقة. | **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف اقتران القيمة المطلقة.
- يعيد تعريف اقتران القيمة المطلقة.
- يمثل اقتران القيمة المطلقة بيانيًّا.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

اقتران القيمة المطلقة، رمز القيمة المطلقة للاقتران ق(س):| ق(س) |، إعادة تعريف الاقتران.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف السابع، القيمة المطلقة للعدد.
- كتاب الرياضيات، الصفوف: الثامن، والتاسع، والعاشر، الاقترانات.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٥٧–٦١).

التعلم القبلي

القيمة المطلقة للعدد، دراسة إشارة الاقتران.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة، فكر– انتقِ زميلًا– شارك)، حل المشكلات والاستقصاء.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في أنواع الاقترانات التي درسوها، وعرض مثال على كل منها.

٢ – طرح أسئلة عن الشكل (٢–٩) في الصفحة (٥٧) من الكتاب المدرسي، مثل:

- ما مجال الاقتران ق؟
- ما مداه؟
- ما قيمة كل من: ق(٢) ، ق(–٢)، ق(٣)، ق(–٣)؟

- ما العلاقة بين المنحنى الذي على يمين محور الصادات والمنحنى الذي على يساره؟
- ما معادلة محور التماثل لمنحنى الاقتران ق؟
- أين يقع منحنى الاقتران ق بالنسبة لمحور السينات؟
- اقترح اسمًا للاقتران.

٣ – ذكر اسم هذا الاقتران، وهو اقتران القيمة المطلقة.

٤ – مراجعة الطلبة في مفهوم القيمة المطلقة للعدد، وإيجاد قيمة كل من: |٣|، |–٥|، و|–٦٧٥|،|٠|.

٥ – تعريف اقتران القيمة المطلقة، وبيان رمزه.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)؛ لإيجاد صور بعض العناصر في اقتران القيمة المطلقة.

٧ – تكليف كل طالب حل التدريب (١)، ثم توجيه كل منهم إلى مقارنة حله بحل زميله الذي بجانبه، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)؛ لتدريبهم على إعادة كتابة الاقتران بصورة مجزأة من دون استخدام رمز القيمة المطلقة، وكتابة الإجراء إزاء كل خطوة بلون مميز، ثم تمثيله بيانيًّا، وتأكيد أن المنحنى يكون متماثلًا حول المحور الذي يمثل مستقيمًا يوازي محور الصادات، ويمر بصفر الاقتران عندما يكون الاقتران داخل القيمة المطلقة خطيًّا.

٩ – مناقشة الطلبة في نشاط (فكر) باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

١٠– تكليف الطلبة حل التدريب (٣) ضمن مجموعات ثنائية، ثم مناقشتهم في الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– مناقشة الطلبة في حل المثال (٣)؛ لإعادة تعريف اقتران قيمة مطلقة يتضمن اقترانًا من الدرجة الثانية، وإيجاد صور العناصر فيه (من دون تمثيله بيانيًّا)، ثم توجيههم إلى حل سؤال مشابه يكتبه المعلم على اللوح بعد توزيعهم إلى مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٢– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– مراجعة الطلبة في الأفكار التي نوقشت باستخدام بطاقة الخروج.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة عند حل المعادلة $س^{٢} = ٤$، بأخذ الجذر التربيعي للطرفين، وكتابة الإجابة س = ٢، والصواب:

$$س^{٢} = ٤ \longleftarrow |س| = ٢ \longleftarrow س = \pm ٢$$

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ق(س) = $|س + ٤|$:
  - أ) جد ق(١) ، ق(٤)، ق(−٤)، ق(−٥)، ق(−٧)، ق(٠).
  - ب) أعد تعريف الاقتران ق.
- أعد تعريف هـ(س) = $|س^{٢} - ١|$.

إثراء

- أعد تعريف كل من:
  - أ) ق(س) = $س^{٢} |س - ١|$
  - ب) هـ(س) = $\frac{|س|}{س + ١} - ٤س$ ، $س \neq -١$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٢−٢)، نموذج بطاقة الخروج (١−٩).

التدريبات

التدريب (١)

ق (−٢) = ٣، ق (−٦,٥) = ١,٥، ق (٠) = ٥، ق (−١٠) = ٥، ق($\frac{١}{٤}$) = ٥ $\frac{١}{٤}$

التدريب (٢)

$$\text{ق (س)} = \begin{cases} ٥ - ٢س ، & س \geq \frac{٥}{٢} \\ ٢س - ٥ ، & س < \frac{٥}{٢} \end{cases}$$

الأسئلة

١) ق (−٢) = ٠، ق (٣) = ١٠، ق (٠) = ٤، ق (−٥) = ٦

٢) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} ٣س + ٤ ، & س \leq \frac{-٤}{٣} \\ -٣س - ٤ ، & س > \frac{-٤}{٣} \end{cases}$$

٣) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} س^{٢} - ٤ ، & س < -٢ \\ ٤ - س^{٢} ، & -٢ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} - ٤ ، & س > ٢ \end{cases}$$

٤) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} -س - ٢ ، & س < ١ \\ س - ٤ ، & س \leq ١ \end{cases}$$

٥) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} س^{٢} - ٥س + ٦ ، & س \geq ٢ \\ -(س^{٢} - ٥س + ٦) ، & ٢ > س > ٣ \\ س^{٢} - ٥س + ٦ ، & س \leq ٣ \end{cases}$$

٦) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} س - ٦ ، & س \leq ٦ \\ ٦ - س ، & س > ٦ \end{cases}$$

ق(س) = | س − ٦ |.

٧) $$\text{ق (س)} = \begin{cases} س^{٢} - س ، & س \geq ٠ \\ س - س^{٢} ، & ٠ > س > ١ \\ س^{٢} - س ، & س \leq ١ \end{cases}$$

أولًا: تركيب الاقترانات. | **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يجد الاقتران الناتج من عملية تركيب اقترانين.
- يجد قيمة الاقتران (ق ٥ هـ)(س) عند نقطة.
- يستقصي عدم وجود الخاصية التبديلية لعملية تركيب الاقترانات.
- يحل معادلات باستخدام تركيب الاقترانات.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

تركيب الاقترانات: (ق٥ هـ)(س)، ق(هـ(س)).

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفوف: الثامن، والتاسع، والعاشر، الاقترانات.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٦٢-٦٩).

التعلم القبلي

إيجاد صورة نقطة تحت تأثير اقتران معطى، إيجاد المجال والمدى لاقترانات حقيقية، الخاصية التبديلية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر- انتقِ زميلًا- شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ - طرح أسئلة عن عمليات الاقترانات التي تعلمها الطالب سابقًا، مثل: جمع الاقترانات، وطرحها، وضربها، وقسمتها، ثم حل السؤال الآتي:

إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٣س + ٥، هـ(س) = س - ٣، فجد كلًّا مما يأتي:

(ق+ هـ)(س)، (ق- هـ)(س)، (ق× هـ)(س)، $(\frac{ق}{هـ})$(س).

٢ – مناقشة الطلبة في السؤال الوارد ذكره في بداية الدرس، وبيان أن الحل يتكون من خطوتين، هما: إيجاد نصف القطر من العلاقة المعطاة، ثم إيجاد مساحة سطح الماء لنصف القطر الناتج، وهذا يُعرَف بتركيب الاقترانات.

٣ – توضيح مفهوم (تركيب الاقترانات) عن طريق المخطط السهمي، ثم كتابة تعريفه على اللوح.

٤ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، وتكليف كل طالب إيجاد ناتج تركيب اقترانين عند نقطة ما، والتحقق من شرط التركيب، وهو أن يكون مدى ق مجموعة جزئية من مجال هـ عند إيجاد (هـ ٥ ق)(س).

٥ – تكليف الطلبة حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – تنفيذ نشاط (فكر) باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

٧ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)؛ لإيجاد قاعدة تركيب اقترانين بوجه عام، والتركيز على دراسة المجال والمدى.

٨ – تكليف الطلبة حل التدريبين (٢)، و(٥) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٣).

١٠– تكليف الطلبة حل التدريب (٣) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– مناقشة الطلبة في حل المثال (٤)، ثم الطلب إليهم حل معادلات تتضمن تركيب الاقترانات، ثم توجيههم إلى حل التدريب (٤) بصورة فردية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٢– مناقشة الطلبة في حل المثال (٥) ضمن مجموعات ثنائية، ليكون مقدمة للدرس القادم (الاقتران العكسي).

١٣– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (٦٩)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– طرح السؤال الآتي على الطلبة: ماذا تعلمتم في هذا الدرس؟

أخطاء شائعة

يُغفِل معظم الطلبة عند تركيب الاقترانين (ق٥هـ)(س) دراسة مدى الاقتران هـ(س)، والتحقق من أنه يمثل مجموعة جزئية من مجال الاقتران ق(س).

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ق(س) = س − ١ ، هـ(س) = ٢س ، فأجب عما يأتي:

أ) هـ(١) ، ق(٢) ، (ق ٥ هـ)(١).

ب) هـ(٠) ، ق(٠) ، (ق ٥ هـ)(٠).

جـ) هـ(−٢) ، ق(−٤) ، (ق ٥ هـ)(−٢).

د) (ق ٥ هـ)(س).

هـ) (هـ ٥ ق)(س).

إثراء

- إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = س + ٢ ، فجد قيمة س التي يكون عندها (ق ٥ هـ)(س) = (هـ ٥ ق)(س).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التقدير اللفظي (١−٧)، قائمة الرصد (١−٦).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) (ق ٥ هـ) (١) = $\sqrt{٢}$ ، ٢) (هـ ٥ ق)(١) = ٢

٣) (هـ ٥ ق) (٣) = ٤ ، ٤) (ق ٥ هـ)(٣) = $\sqrt{١٠}$

٥) (ق ٥ ق) (٤) = $\sqrt{٢}$ ، ٦) (هـ ٥ هـ) (−٢) = ٢٦

التدريب (٢)

١) (ق ٥ هـ)(س) = ق($\sqrt[٣]{س}$) = $\frac{١}{\sqrt[٣]{س + ١}}$

٢) (هـ ٥ ق)(س) = هـ ($\frac{١}{س + ١}$) = $\sqrt[٣]{\frac{١}{س + ١}}$

التدريب (٣)

١) (ق ٥ هـ)(١) = ١ ٢) (هـ ٥ ق)(٣) = −٢٥

التدريب (٤)

٣(س^{٢} + ١) = ١٥ ، ومنه: س = ± ٢

التدريب (٥)

ر = $\frac{٢}{٣}$ متر، مساحة سطح الماء = مساحة الدائرة = π ر^{٢}

مساحة سطح الماء = مساحة الدائرة عندما (ر = $\frac{٢}{٣}$) = $\frac{\pi ٤}{٩}$ م^{٢}

الأسئلة

١)

أ) (ق ٥ هـ)(١) = $\frac{١}{٩}$ ، (هـ ٥ ق)(٠) = $\frac{١}{٢}$ ، (هـ ٥ ق)(−٢) = $\frac{١}{١٨}$

ب) (ق ٥ هـ)(١) = ٨ ، (هـ ٥ ق)(٠) = ١ ، (هـ ٥ ق)(−٢) = ٧

جـ) (ق ٥ هـ)(١) = −٢ ، (هـ ٥ ق)(٠) = ٧ ، (هـ ٥ ق)(−٢) = ١٣

د) (ق ٥ هـ)(١) = −٣ ، (هـ ٥ ق)(٠) = ٢ ، (هـ ٥ ق)(−٢) = ٢

٢)

أ) (ق ٥ هـ)(س) = س ، (ق ٥ ق)(س) = ٩س − ٤ ، (هـ ٥ ق)(س) = س.

ب) (ق ٥ هـ)(س) = ٢ $\sqrt[٣]{\text{س}}$ ، (ق ٥ ق)(س) = ٤س ، (هـ ٥ ق)(س) = $\sqrt[٣]{\text{٢س}}$

٣)

أ)

(١) (هـ ٥ ق)(٥) = ٤ ، (٢) (ق ٥ هـ)(٣) = ٢

(٣) هـ(ق(٤)) = ٢ ، (٤) ق(هـ (٢)) = ٠

ب) هل يمكن إيجاد ق(هـ(٥))؟ لماذا؟

لا، لا يمكن ذلك؛ لأنه لا توجد صورة لـ هـ (س) ضمن الجدول.

٤)

أ) (ق ٥ هـ)(س) = س . ب) (هـ ٥ ق)(س) = س.

ثانيًا: **الاقتران العكسي.** **عدد الحصص:** أربع حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم الاقتران واحد لواحد.
- يستخدم اختبار الخط الأفقي في تحديد الاقتران واحد لواحد.
- يستنتج قاعدة الاقتران العكسي لاقتران واحد لواحد.
- يستنتج علاقة ق(س) بـ ق$^{-1}$(س).
- يتعرف مفهوم الاقتران المحايد.
- يجد الاقتران العكسي لاقترانات معطاة.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

اقتران واحد لواحد، اختبار الخط الأفقي، الاقتران العكسي: ق$^{-1}$(س)، الاقتران المحايد.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفوف: الثامن، والتاسع، والعاشر، الاقترانات.

مصادر التعلّم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٧٠-٧٧).
- اللوح البياني.

التعلم القبلي

تركيب الاقترانات.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (فكر- انتقِ زميلًا- شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ - مراجعة الطلبة في حل السؤال الرابع من أسئلة الدرس السابق، وبيان أنه عندما يكون (ق٥هـ)(س) = س

فإن الاقتران هـ يسمى الاقتران العكسي للاقتران ق، وأن هذا هو موضوع الدرس، ثم استعراض نتاجات الدرس معهم.

٢ – مناقشة الطلبة في الشكل (٢–١٣) في الصفحة (٧٠) من الكتاب المدرسي، ثم طرح الأسئلة الآتية عليهم:

- هل يمثل المخطط ق اقترانًا؟
- ما مجال الاقتران ق ومداه؟
- هل يمثل المخطط هـ اقترانًا؟
- ما مجال المخطط هـ ومداه؟
- في أي المخططين ارتبط كل عنصر في مداه بعنصر واحد فقط في مجاله؟
- ماذا نسمي هذا الاقتران؟

٣ – كتابة تعريف الاقتران واحد لواحد على اللوح.

٤ – لفت انتباه الطلبة إلى وجود أداة لفحص الاقتران واحد لواحد، وهي اختبار الخط الأفقي، ثم توضيحها، وتطبيقها عن طريق مناقشة المثال (١) باستخدام اللوح البياني، وتمثيل اقترانات خطية تربيعية وتكعيبية وفحصها.

٥ – توزيع الطلبة إلى مجموعات، ثم تكليفهم حل التدريب (١)، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – تنفيذ نشاط (فكر) باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

٧ – عرض الإجراءات الوارد ذكرها في الصفحة (٧٢)؛ لاستقصاء شرط إيجاد الاقتران العكسي لاقتران معطى، ثم كتابة الاستنتاج على اللوح.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)؛ لإيجاد الاقتران العكسي لاقتران معطى، وطرح أسئلة عن ناتج تركيب اقتران مع معكوسه.

٩ – تكليف الطلبة حل التدريب (٢) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٠– تعريف مفهوم (الاقتران المحايد) للطلبة.

١١– مناقشة الطلبة في حل المثال (٣)، بحيث يُرسَم منحنى الاقتران ق(س) على اللوح، ثم يُطبَّق اختبار الخط الأفقي لإثبات أن ق هو اقتران واحد لواحد، ثم عرض الطريقتين الوارد ذكرهما في الكتاب المدرسي لإيجاد الاقتران العكسي.

١٢– توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٣) بصورة فردية، بحيث يترك للطالب اختيار الطريقة التي يفضلها

لإيجاد الاقتران العكسي، ثم توجيه كل منهم إلى مقارنة إجابته بإجابة زميله الذي بجانبه للتأكد من صحة الحل.

١٣- تنفيذ نشاط (فكر) باستخدام استراتيجية (فكر، انتقِ زميلًا، شارك).

١٤- التمهيد لمناقشة المثال (٣) بطرح السؤال الآتي على الطلبة:

إذا أعطيت ق(س)، ق$^{-١}$(س)، فكيف تتحقق من أن ق$^{-١}$(س) هو الاقتران العكسي للاقتران ق(س)؟

١٥- الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها، وتعزيز الصحيح منها.

١٦- توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٤) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٧- تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (٧٧)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- عمل اختبار قصير يقيس نتاجات التعلم الوارد ذكرها في الدرس.

معلومات إضافية

الاقتران ق$^{-١}$(س) هو انعكاس للاقتران ق حول محور ص = س.

أخطاء شائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد الاقتران العكسي من دون التأكد أن الاقتران هو واحد لواحد.
- قد يخطئ بعض الطلبة حين يعتقدون أن ق$^{-١}$(س) = $\frac{١}{\text{ق(س)}}$

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ع(س) = { (−١، ١) ، (٢، ٤) ، (٠، ٣) ، (٤، ٦)}، فجد كلًّا مما يأتي:

ع(٠) ، ع$^{-١}$(٣) ، ع(٢) ، ع$^{-١}$(١) ، ع$^{-١}$(٤) ، (ع ٥ ع$^{-١}$)(٣) ، (ع$^{-١}$ ٥ ع)(−١).

- إذا كان ق(س) = س − ٢، فهل ق(س) هو اقتران واحد لواحد؟ جد ق$^{-١}$(س) (إن أمكن).

إثراء

- إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٥ ، فجد ق$^{-١}$(س) (إن أمكن).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، الورقة والقلم.

أداة التقويم: سلم التقدير اللفظي لحل المسألة (١–٧)، الاختبار القصير.

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) الاقتران ق(س) واحد لواحد؛ لأنه خطي.

٢) الاقتران ق يمثل اقتران واحد لواحد؛ لأن كل عنصر في المدى هو صورة لعنصر واحد فقط في المجال. أمّا الاقتران هـ فليس اقتران واحد لواحد؛ نظرًا إلى وجود عنصرين لهما الصورة نفسها.

التدريب (٢)

١) هـ$^{-١}$ = {(١، ٤) (٢، ٥)، (٣، ٦)، (٤، ٧)}.

٢) هـ$^{-١}$(٢) = ٥، هـ$^{-١}$(٤) = ٧ ، هـ (٥) = ٢ ، هـ (٧) = ٤

(هـ$^{-١}$ ٥ هـ)(٦) = ٦ ، (هـ ٥ هـ$^{-١}$)(٢) = ٢

التدريب (٣)

١) ق$^{-١}$(س) = $\frac{\text{س} + ٦}{٣}$.

٢) (ق ٥ ق$^{-١}$)(س) = س.

التدريب (٤)

١) (ل ٥ ع)(س) = ل($\frac{\text{س}}{٢}$) = ٢($\frac{\text{س}}{٢}$) = س ، ومنه: ل (س) اقتران عكسي لـ ع(س).

٢) (ع ٥ ل)(س) = ع (٥– $\frac{١}{٣}$ س) = ٣ (٥ – $\frac{١}{٣}$ س) – $\frac{١}{٥}$ = ١٥– س – $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٧٤}{٥}$ – س

∴ ل(س) ليس اقترانًا عكسيًّا لـ ع(س).

الأسئلة

١)

أ) $ق^{-١} = \{(-١،-٢)، (-٢،-٣)، (-٣،-٤)، (-٤،-٥)\}$.

ب) $ق^{-١}(س) = -س$.

جـ) $ق^{-١}(س) = \frac{٢ + س}{٣}$.

٢)

أ) (ق ٥ هـ) (س) = ق ($\frac{س}{٢}$ + ٣) = ٢($\frac{س}{٢}$ +٣) −٦= س، ق هو الاقتران العكسي لـ هـ(س).

ب) (ق ٥ هـ) (س) = ق(١ − س) = ٢ − س ، ق ليس اقترانًا عكسيًّا لـ هـ (س).

٣)

أ) (ق ٥ $ق^{-١}$)(−٢) = −٢ ب) ($ق^{-١}$ ٥ ق)(٥) = ٥

جـ) $ق^{-١}$ (٣) = ٥

٤)

أ) $س = \frac{٥}{٩}$ (ف− ٣٢).

ب)

س	٢٠	٤٥	٣٥	٣٠
ف	٦٨	١١٣	٩٥	٨٦

٥)

$س = \left(\frac{هـ - ٦٠}{٣} \right)^{٢}$.

إجابات أسئلة الوحدة

١)

أ) مجال ق(س): $(-\infty، -٢)، (٢، \infty)$.

ب) ق(−٦) $= \frac{-١}{\sqrt{٣٢}}$ ، ق(٣) $= \frac{٢}{\sqrt{٥}}$ ، ق(٠) غير معرف.

٢)

أ) ق(−٥) = ١٦ ب) ق(−١,٥) = ٢,٥ ، جـ) ق(−٢) = ١ د) ق(٠) = ١

٣) $ق^{-١}(س) = \frac{س - ٧}{٣}$ ، ق اقتران واحد لواحد.

٤)

أ) قيم ص التي تجعل الاقتران ع واحدًا لواحد هي: ح − {−١، ٥ ، ٣}.

ب) قيم ص التي لا تجعل الاقتران ع واحدًا لواحد هي: {−١، ٥ ، ٣}.

٥)

أ) (ق ٥ ق)(س) = ٩س + ٢٠

ب) $(ق ٥ هـ)(س) = \frac{٣}{٢}$ س^{٢} − ١٣

جـ) (هـ ٥ $ق^{-١}$)(س).

$$ق^{-١}(س) = \frac{س - ٥}{٣}$$

$$(هـ ٥ ق^{-١})(س) = \frac{٣}{٢}\left(\frac{س - ٥}{٣}\right)^{٢} - ٦$$

د) (ق ٥ $ق^{-١}$)(س) = س.

هـ) (هـ ٥ هـ)(−٤) = −٤

٦)

أ) $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٤ ، & س < -٢ \\ ٤ - س^{٢} ، & -٢ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} - ٤ ، & س > ٢ \end{cases}$

ب) $ق(س) = \begin{cases} -١ ، & س < ٠ \\ ١ ، & س > ٠ \end{cases}$

(٧

أ) مجال ق(س): [−٢، ∞) − {٣}.

ب) ق(١) = $\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ ، ق(−١) = $\frac{\sqrt{٢}}{٤}$

جـ) يمكن إيجاد ق(٤)؛ لأن ٤ ∋ مجال الاقتران ق.

لا يمكن إيجاد كل من: ق(٣)، و ق(−٥)؛ لأن العددين (٣)، و(−٥) لا ينتميان إلى مجال الاقتران.

(٨

أ) الاستعانة ببرمجية إكسل، أو برامج الرسم التي يمكن تحميلها في الهواتف الذكية.

ب) ق(٠) = ٠ ، ق(−١) = −٢ ، ق(١) = −٢ ، ق(−٣) = −٨ ، ق(٢) = ١

٩) (ق ٥ هـ)(س) = س + ٤

∴ الاقتران ق(س) لا يمثل الاقتران العكسي للاقتران هـ (س).

(١٠

أ) ف (ن) = ٥٠ ن

ب) الاقتران العكسي لهذا الاقتران هو: ن(ف) = $\frac{ف}{٥٠}$.

(١١

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
رمز الإجابة الصحيحة	أ	د	جـ	ب	ب	د	جـ

ورقة العمل (٢-١): اقترانات الجذور.

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
ق(س) = $\sqrt{}$ س	ك (س) = $\sqrt[3]{}$ س
و (س) = $\sqrt{}$ س − ١	ل (س) = $\sqrt[3]{}$ س − ١
م (س) = $\sqrt{}$ ٤ − س^{٢}	ع (س) = $\sqrt[3]{}$ ٦ − س^{٢}

معتمدًا الاقترانات الوارد ذكرها في الجدول، أجب عن الأسئلة الآتية:

١ – جد قيمة ق(٩)، و(٥)، م(٠).

٢ – هل يمكنك إيجاد ق(−٤)، و(٠)؟ لماذا؟

٣ – اكتب مجموعة قيم س التي يمكنك تعويضها لكل اقتران في المجموعة الأولى.

٤ – حل المتباينة هـ(س) ≤ ٠، علمًا أن ق(س) = $\sqrt{}$ هـ (س) ، لكل اقتران في المجموعة الأولى.

٥ – ارسم منحنى الاقتران ق(س)، ثم حدِّد مداه، لكل اقتران في المجموعة الأولى.

٦ – أكمل التعميم الآتي:

مجال الاقتران ق(س) = $\sqrt{}$ هـ (س) هو .....، ومداه هو ..... .

٧ – اكتب مجموعة قيم س التي يمكنك تعويضها لكل اقتران في المجموعة الثانية.

٨ – أكمل التعميم الآتي:

مجال الاقتران ق(س) = $\sqrt[3]{}$ هـ (س) هو .....، ومداه هو ..... .

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير (٢–١).

النتاج: يجد المجال والمدى لاقترانات حقيقية.

البند	مؤشرات الأداء	١	٢	٣
١	• **اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية على الأكثر** ١ – يجد المجال لاقتران من الدرجة الثانية على الأكثر جبريًّا. ٢ – يجد المدى لاقتران من الدرجة الثانية على الأكثر جبريًّا. ٣ – يجد المجال لاقتران من الدرجة الثانية على الأكثر بيانيًّا. ٤ – يجد المدى لاقتران من الدرجة الثانية على الأكثر بيانيًّا.			
٢	• **اقترانات الجذور** ١ – يجد المجال لاقترانات الجذور جبريًّا. ٢ – يجد المدى لاقترانات الجذور جبريًّا. ٣ – يجد المجال لاقترانات الجذور بيانيًّا. ٤ – يجد المدى لاقترانات الجذور بيانيًّا.			
٣	• **الاقتران النسبي** ١ – يجد المجال لاقتران نسبي جبريًّا. ٢ – يجد المجال لاقتران نسبي بيانيًّا.			
٤	• **الاقتران الكسري** ١ – يميز بين الاقتران النسبي والاقتران الكسري. ٢ – يجد المجال لاقتران كسري جبريًّا.			

(٣) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

(٢) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، وبوجود مساعدة.

(١) أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التقدير (٢-٢).

اقتران القيمة المطلقة

النتاج: يعيد تعريف اقتران القيمة المطلقة، ويرسم منحناه.

الرقم	مؤشرات الأداء	ممتاز	جيد جدًّا	جيد	مقبول	ضعيف
١	يجد صورة عدد تحت تأثير اقتران القيمة المطلقة.					
٢	يعيد تعريف اقتران قيمة مطلقة من الدرجة الأولى.					
٣	يعيد تعريف اقتران قيمة مطلقة من الدرجة الثانية.					
٤	يرسم منحنى اقتران قيمة مطلقة من الدرجة الأولى.					

ممتاز: أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، ومن دون مساعدة.

جيد جدًّا: أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ، وبوجود مساعدة.

جيد: أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

مقبول: أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، وبوجود مساعدة.

ضعيف: أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

الفصل الدراسي الثاني

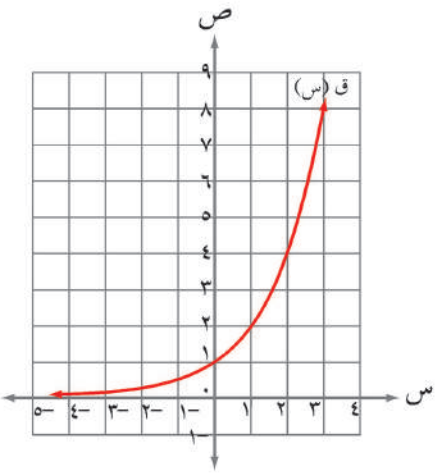
الوحدة الثالثة

٣

الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

The Logarithmic and Exponential Functions

تُعَدُّ الاقترانات أحد الموضوعات المهمة في الرياضيات، وقد تعرفت في الفصل الأول أنواعًا منها، مثل: الاقترانات كثيرات الحدود، والاقترانات النسبية، والاقتران الحقيقي، وستتعرف في هذه الوحدة أنواعًا أخرى، مثل: الاقترانات الأسية و الاقترانات اللوغاريتمية التي تسهم إسهامًا فاعلًا في حياتنا اليومية؛ نظرًا إلى تطبيقاتها الواسعة في مجال الرياضيات والعلوم الأخرى، فضلًا عن استخدام الأسس واللوغاريتمات في حل مسائل حياتية.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تعرف خصائص الاقترانات الأسية واللوغاريتمية عن طريق الاستقصاء والبرامج الحاسوبية.
- حل معادلات أسية تكون فيها الأساسات قوى للعدد (أ)، حيث (أ > صفر).
- الإفادة من التقنية في حساب لوغاريتمات الأعداد في أثناء حل مسائل عملية.
- تطبيق قوانين اللوغاريتمات.
- حل مسائل تتضمن تطبيقات اقتصادية على الاقترانات الأسية واللوغاريتمية، مثل الربح المركب باستخدام وسائل التقنية، مبرِّرًا الحل.

تهيئة

١) اكتب كلًّا مما يأتي باستخدام الأسس:

أ) ٢١٦ ب) -٣٢ جـ) ٦٢٥ د) ٦٤

٢) اكتب كلًّا مما يأتي بوصفه قوة واحدة:

أ) $ل^{٣} \times ل^{٥}$ ب) $(\sqrt{١١})^{٦} \times (\sqrt{١١})^{٦}$ جـ) $س^{١٧} \div س^{٧}$

د) $\frac{ع^{٧}}{ع^{٨}}$ هـ) $\frac{٢^{١٢}}{٥^{١٢}}$ و) $(\frac{١}{١٤})^{٥} \times (٧)^{٥}$

٣) حل المعادلات الآتية:

أ) $س^{-١} = \frac{٣}{٧}$ ب) $٧^{س} \times ٧^{٣} = ٧^{٩}$

جـ) $س^{٣} = ٧^{-٣}$ د) $(١١^{س})^{٣} = (١١)^{٢٤}$

هـ) $س^{٤} = (\sqrt{٥})^{٤} \times (\sqrt{٥})^{٤}$ و) $(١٥)^{س} \div (١٥)^{٦} = (١٥)^{١٠}$

٤) ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

(١) حل المعادلة: $(٨١)^{س} = ٣^{٣٦}$:

أ) ٤ ب) ٩ جـ) ١٨ د) ٣٦

(٢) حل المعادلة: $س^{٧} - ٣ = ١٢٥$:

أ) ٢ ب) ٥ جـ) ١٢٥ د) ١٢٨

(٣) حل المعادلة: $١٠^{س} \times ١٠٠٠ = ١٠^{٢١}$:

أ) ٧ ب) ١٨ جـ) ٢١ د) ٢٤

(٤) حل المعادلة: $(\frac{٢}{٥})^{س} = \frac{٦٢٥}{١٦}$:

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ جـ) ٤ د) -٤

(٥) حل المعادلة: $(١٣^{س})^{٥} = (١٣)^{٤٠}$:

أ) ٣٥ ب) ٥ جـ) ٨ د) ٤٠

إجابات أسئلة التهيئة

١)

أ) $(٦)^{٣}$ ب) $(-٢)^{٥}$ جـ) $(٥)^{٤}$ د) $(٢)^{٦}$

٢)

أ) $ل^{٨}$ ب) $(\sqrt{١١} \times \sqrt{٧})^{٦} = (\sqrt{٧٧})^{٦}$ جـ) $س^{١٠}$

د) $ع^{-١} = \frac{١}{ع}$ هـ) $(\frac{٢}{٥})^{١٢}$ و) $(\frac{٧}{١٤})^{٥} = (\frac{١}{٢})^{٥}$

٣)

أ) $س = \frac{٧}{٣}$ ب) $س = ٦$ جـ) $س = \frac{١}{٧}$

د) $س = ٨$ هـ) $س = ٥$ و) $س = ١٦$

٤)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥
رمز الإجابة الصحيحة	ب	أ	ب	د	جـ

أولًا: الاقتران الأسي. **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف الاقتران الأسي.
- يتعرف الاقتران الأسي الطبيعي.
- يستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد صورة عدد في الاقتران الأسي الطبيعي.
- يستخدم الاقتران الأسي في حل مسائل حياتية اقتصادية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

الاقتران الأسي، الاقتران الأسي الطبيعي.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، قوانين الأسس.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٨٤–٨٩).
- الآلة الحاسبة.

التعلم القبلي

قوانين الأسس، المقادير الأسية، مجال الاقتران ومداه، صورة العدد.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد، التعلم في مجموعات (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم كل من: الاقتران، والمجال، والمدى، وصورة العدد.

٢ – عرض المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس، ثم مناقشتها لبيان أهمية الاقتران الأسي.

٣ – كتابة تعريف الاقتران الأسي على اللوح، ثم توجيه الطلبة إلى ذكر أمثلة متنوعة عليه.

٤ – ذكر مثال يمثل مفهوم الاقتران الأسي، ومثال آخر لا يمثله.

٥ – تكليف الطلبة حل التدريبين (٢)، و(٣) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم، وتعزيز إجاباتهم.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٣)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – مناقشة الطلبة في مفهوم الاقتران الأسي الطبيعي، وكيفية استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد صورة عدد ما في الاقتران الأسي الطبيعي، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٤)، ثم مناقشتهم في الإجابات.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثالين (٤)، و(٥)؛ لتوضيح أهمية الاقتران الأسي في التطبيقات الحياتية، ثم تكليفهم حل التدريبين (٥)، و(٦) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – كتابة المثال (٦) على اللوح، واستعمال استراتيجية (فكر– انتقِ زميلًا – شارك) لحله، ثم مناقشة الطلبة في الإجابة الصحيحة.

١٠– توجيه كل طالب إلى حل الأسئلة في الصفحة (٨٩)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– توجيه الطلبة إلى حل السؤال (٥) باستخدام استراتيجية (فكر– انتقِ زميلًا – شارك).

ختم الدرس

– طرح السؤالين الآتيين على الطلبة:

- ماذا يعني الاقتران الأسي؟
- ما الفرق بينه وبين الاقتران كثير الحدود؟

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد صورة عدد سالب في الاقتران الأسي بحيث يكون الناتج (الصورة) بالسالب.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– إذا كان ق(س) = $(٢)^{س}$ ، فجد ق(٠) ، ق(٢) ، ق(٣) ، ق(–٢) ، ق(–٣).

– إذا كان هـ(س) = $(-٢)^{س}$ ، فجد ق(٠) ، ق(٢) ، ق(٣) ، ق(–٢) ، ق(–٣).

إثراء

– أودع أحمد مبلغ (٥٠٠) دينار في مصرف لقاء فائدة مركبة بمعدَّل ٦٪ سنويًّا، ما المدَّة الزمنية اللازمة ليصبح كامل المبلغ في نهايتها (٥٩٥,٥) دينارًا؟

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، التواصل.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٣–١).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

الاقترانات الأسية هي: ق(س)، م(س).

التدريب (٢)

١) $ق(س) = (٤)^{-س}$

٢) $هـ(س) = (٣)^{س+١}$

٣) $ل(س) = (٤)^{س} - ٢$

التدريب (٣)

$ق(١) = ٦$ $ق(٢) = ١٨$ $ق(-٢) = \frac{٢}{٩}$

التدريب (٤)

$ق(٣) = (هـ)^{-٣+١} = (هـ)^{-٢} = ٠,١٤$

$ق(-٢) = (هـ)^{-٢+١} = (هـ)^{-١} = ٠,٣٧$

$ق(٠,٣) = (هـ)^{-٠,٣+١} = (هـ)^{٠,٧} = ٢,٠١$

التدريب (٥)

المبلغ: (٦٠٠٠) دينار، المدَّة ن: (١٠) سنوات، نسبة الفائدة ف: ٦٪ .

$جـ = م \times (١ + ف)^{ن}$

$جـ = ٦٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{١٠}$

$جـ = ٦٠٠٠ \times (٠,٠٦)^{١٠}$

$جـ = ٦٠٠٠ \times ١,٧٩٠٨$

جـ = ١٠٧٤٥,٠٨٦ دينارًا.

التدريب (٦)

المبلغ: (٢٠٠٠) دينار، المدَّة ن: (١٠) سنوات، نسبة الفائدة ف: ٦٪ .

جـ = م × (هـ)$^{ف \times ن}$

جـ = ٢٠٠٠ × (هـ)$^{٠,٠٦ \times ١٠}$

جـ = ٢٠٠٠ × هـ^{٠,٦}

جـ = ٣٦٤٤,٢٣٧٦ دينارًا.

التدريب (٧)

ق(س) = أ × ب^{س}

ق(٠) = أ × ب^{٠} ⟵ أ = ٣

ق(٢) = أ × ب^{٢}

١٢ = ٣ × ب^{٢} ⟵ ب = ٢ ، ب = −٢ (تهمل).

∴ ق(س) = ٣ × ٢^{س}

الأسئلة

١)

الاقتران الأسي هو ع(س).

٢)

أ) ق(٢) = (٣)$^{٢-٢}$ = ٣^{٠} = ١ ب) ق(٤) = ٩ جـ) ق(−١) = $\frac{١}{٢٧}$

٣)

أ) ق(٣) = ٢ − (هـ)$^{٣+١}$ = −٥١,١٤

ب) ق(−٢) = ١,٦٣٢

جـ) ق(٢) = −١٧,٦٨٣

٤)

ق(س) = أ × ب^{س} ، ق(١) = ٤، ق(٢) = ٨ ، ومنه: ب = ٢ ، أ = ٢

∴ ق(س) = ٢ × ٢^{س}

= (٢)$^{س+١}$

٥)

ع(ن) = ع. × (هـ)^{أن} ، حيث ع. = ٣٠٠ ، أ = ٤٪ = ٠,٠٤ ، ن = ٢٥ عامًا.

ع(٢٥) = ٣٠٠ × (هـ)$^{٠,٠٤ \times ٢٥}$ = ٨١٠ نسمة عدد سكان البلدة عام ٢٠٢٥م.

٦)

جـ = م (١+ ف)^{ن} ، حيث جـ = ٣٣٧٠,٨، ف = ٦٪ ، ن = ٥ سنوات.

٣٣٧٠,٨ = م (١ + ٠,٠٦)^{٥}

٣٣٧٠,٨ = م (١,٠٦)^{٥}

م = ٢٥١٨,٨٦ دينارًا قيمة المبلغ الذي أودعه أحمد.

ثانيًا: رسم الاقتران الأسي. | **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يمثل الاقتران الأسي بيانيًّا.
- يمثل الاقتران الأسي باستخدام برمجية إكسل.
- يستقصي خصائص الاقتران الأسي.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

الاقتران الأسي، الاقتران المتزايد، الاقتران المتناقص، صورة العدد في الاقتران.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، قوانين الأسس.
- كتاب الرياضيات، الصفوف: الثامن، والتاسع، والعاشر، الاقترانات وخصائصها.

التكامل الأفقي

- تطبيقات برمجية إكسل، مبحث الحاسوب.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٩٠-٩٦)
- اللوح، جهاز الحاسوب.
- البرمجيات التطبيقية لرسم المنحنيات.

التعلم القبلي

قوانين الأسس، الاقتران الأسي، المقادير الأسية، برمجية إكسل.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التفكير الناقد، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم كل من: الاقتران، والمجال، والمدى، وصورة العدد في الاقتران، وكيفية تمثيل

الاقتران بيانيًّا.

٢ – مناقشة الطلبة في المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس.

٣ – مراجعة الطلبة في تعريف الاقتران الأسي، وتأكيد مفهومه.

٤ – مناقشة الطلبة في تمثيل الاقتران ق(س) = (٢)^{س} على اللوح، والتركيز على ضرورة عمل جدول، وسؤالهم: ما عدد قيم س اللازم اختيارها لضمان الدقة في الرسم؟

٥ – الاستماع إلى الإجابات ثم مناقشتها.

٦ – توزيع الطلبة إلى مجموعات، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٧ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، واستخدام جميع الرسوم السابقة في استنتاج خصائص الاقتران الأسي، وتوضيح كيفية إيجاد مجال الاقتران ومداه باستخدام التمثيل البياني (مهارة قراءة الرسوم وتفسيرها).

٨ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٢) فرادى، ثم مناقشتهم في الحل ضمن مجموعات ثنائية.

٩ – مناقشة الطلبة في كيفية تمثيل الاقتران الأسي باستخدام برمجية إكسل في مختبر الحاسوب، وتأكيد كيفية تحديد مجال الاقتران، ومداه، والمقطع الصادي باستخدام الرسوم.

١٠ – تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (٩٦)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- طرح السؤال الآتي على الطلبة:
  - ما خصائص الاقتران الأسي؟
- تكليف الطلبة تعبئة نموذج سجل وصف سير التعلم (١–٨).

معلومات إضافية

يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات، وتدريب الطلبة على استخدامها لتعميق فهمهم خصائص المنحنيات، ويمكن الحصول على هذه البرمجيات من التطبيقات الموجودة في الهواتف الذكية.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد صورة عدد سالب في الاقتران الأسي بحيث يكون الناتج (الصورة) بالسالب.

الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ق(س) = $(٣)^{س}$ ، فجد:

  ق (١) ، ق (٣) ، ق (٠) ، ق (−٢) ، ق (−١).

- إذا كان هـ(س) = $(٢)^{-س}$ ، فجد:

  هـ (٠) ، هـ (١) ، هـ (٣) ، هـ (−١) ، هـ (−٢).

إثراء

- ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $(٢)^{س}$ + ٤ ، مقارنًا خصائصه بخصائص الاقتران هـ(س) = $(٢)^{س}$.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، التواصل، مراجعة الذات.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٣−١)، سجل وصف سير التعلم (١−٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات الموجودة في الهواتف الذكية.

التدريب (٢)

١) يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات الموجودة في الهواتف الذكية.

٢) مجال الاقتران ق هو مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)$^{س+١}$.

٣) مدى الاقتران ق هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (ح$^{+}$).

٤) المقطع الصادي (٢).

٥) لا يوجد مقطع سيني.

٦) الاقتران متزايد.

الأسئلة

١) خصائص منحنى الاقتران ق (س) = (٢)$^{س-١}$.

أ) مجاله هو مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)، ومداه هو (ح$^{+}$).

ب) لا يوجد مقطع سيني.

جـ) المقطع الصادي (ص = $\frac{١}{٢}$).

د) الاقتران واحد لواحد.

هـ) الاقتران متزايد.

٢) خصائص منحنى الاقتران ق (س) = (٥)^{س} ، س ∋ [−٣ ، ٤].

أ) مجاله هو س ∋ [−٣ ، ٤].

ب) لا يوجد مقطع سيني.

جـ) المقطع الصادي (ص = ١).

د) الاقتران واحد لواحد.

هـ) الاقتران متزايد.

٣) الشكل الذي يمثل اقترانًا أسيًّا هو الشكل (جـ).

٤)

الاقتران	رقم الشكل	السبب
أ) ق(س) = (٢)$^{-س}$	(٢)	لأن الاقتران متناقص.
ب) هـ (س) = (٢)^{س}	(٣)	لأن المقطع الصادي = ١.
جـ) ل(س) = (٢)$^{(س+١)}$	(١)	لأن المقطع الصادي = ٢.

ثالثًا: المعادلة الأسية. **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف المعادلة الأسية.
- يحل معادلة أسية.
- يستخدم المعادلات الأسية في حل مسائل حياتية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

- معادلة أسية، حل المعادلة الأسية.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، قوانين الأسس.
- كتاب الرياضيات، الصفوف: السابع، والثامن، والتاسع، والعاشر، حل المعادلات.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (٩٧-١٠١).
- الآلة الحاسبة.

التعلم القبلي

مفهوم المعادلة، حل المعادلة، قوانين الأسس، الاقتران الأسي.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر - انتقِ زميلًا - شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ - مراجعة الطلبة في قوانين الأسس، ومفهوم المعادلة وحلها، ثم سؤالهم:

- برأيك، كيف تكون المعادلة الأسية؟
- كيف يمكن حلها؟

٢ - الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها.

٣ – تقديم مفهوم (المعادلة الأسية) عن طريق التعريف.

٤ – ذكر مثال يمثل مفهوم المعادلة الأسية، ومثال آخر لا يمثله.

٥ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – مناقشة الطلبة في مفهوم حل المعادلة الأسية عن طريق شرح المثال (٢)، وإشراك الطلبة في حله.

٧ – تقسيم الطلبة إلى مجموعات غير متجانسة، ثم الطلب إلى أفرادها حل التدريب (٢)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، ثم مناقشة الإجابات، وتقديم التغذية الراجعة لهم، والتركيز على ضرورة استخدام قوانين الأسس بصورتها الصحيحة.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٣)، وتوضيح أهمية استخدام قوانين الأسس لتصبح المعادلة بصورة معادلة أسية يمكنهم حلها، ثم الطلب إليهم حل التدريبين (٣)، و(٤) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (١٠١)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- تكليف الطلبة تعبئة نموذج سجل وصف سير التعلم (١–٨).

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة عند حل معادلة أسية بعدم توحيد الأساس للطرفين.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- أي المعادلتين الآتيتين تعدُّ معادلة أسية:

أ) $س^{٥} = ٣٢$ ب) $(٢)^{س} = ٣٢$ ؟

- حل المعادلة الأسية: $(٣)^{س} = ٨١$

إثراء

- حل المعادلة: $\left(\frac{٢٧}{٦٤}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣٥-س} \times \left(\frac{٤}{٣}\right)^{س}$.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣-٢)، سجل وصف سير التعلم (١-٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

المعادلات التي تعدُّ معادلة أسية يمثلها الفرعان: (١)، و(٣).

التدريب (٢)

١) $(٥)^{س^{٢}} = (٥)^{س}$

$س^{٢} = س$ ، ومنه: مجموعة الحل = {٠ ، ١}.

٢) $(٢)^{-س} = ٣٢$

$(٢)^{-س} = (٢)^{٥}$ ، ومنه: $س = -٥$

٣) $(٧)^{س^{٢}-س} = ١ = (٧)^{٠}$

$س^{٢} - س = ٠$ ، ومنه: مجموعة الحل = {٠ ، ١}.

٤) $(٤)^{٢س-١} = (٨)^{٢س}$

$(٢)^{٢(٢س-١)} = (٢)^{٦س}$

$٤س - ٢ = ٦س$ ، ومنه: $س = -١$

التدريب (٣)

١) $(٥)^{-س} \times (٥)^{س-٢} = (١٢٥)^{-س}$

$(٥)^{-٢} = (٥)^{-٣س}$ ، ومنه: $س = \frac{٢}{٣}$

٢) $\frac{(٢)^{٢س+٤}}{(٢)^{س}} = (٢)^{٤} \longleftarrow (٢)^{س+٤} = (٢)^{٤} \longleftarrow س = ٠$

التدريب (٤)

ن = ٢٥ ، ع (٢٥) = ٢٧٠٠٠ ، أ = ٤٪ ، ع. = ؟

بتطبيق العلاقة ع (ن) = ع. × هـ$^{أ\,ن}$:

٢٧٠٠٠ = ع. × (هـ)$^{٠,٠٤ \times ٢٥}$ ⟵ ع. = ١٠٠٠٠

الأسئلة

١)

أ) (٢)^{٣س} = ٦٤ ⟵ (٢)^{٣س} = (٢)^{٦} ⟵ س = ٢

ب) (٥)$^{س^{٣}-س}$ = ٦ ⟵ س^{٣} − س = ٠ ⟵ س = {١ ، −١ ، ٠}

جـ) (٣)$^{٢س-١}$ = ٢٤٣ ⟵ (٣)$^{٢س-١}$ = (٣)^{٥} ⟵ س = ٣

د) (٩)$^{س-١}$ = (٣)$^{٣(س+١)}$ ⟵ س = − ٥

٢)

أ) (٣)$^{س-٢}$ × (٣)^{٢س} = ٢٧

(٣)$^{٣س-٢}$ = (٣)^{٣} ⟵ س = $\frac{٥}{٣}$

ب) $\frac{(٥)^{س+١}}{(٥)^{٢س-١}}$ = (٥)$^{-٣}$ ⟵ س = ٦

جـ) (٢)$^{س+١}$ = (٢)^{٤} ⟵ س = ٣

د) (٣) × (٤)$^{س-١}$ = ١٢ ⟵ (٤)$^{س-١}$ = ٤ ⟵ س = ٢

٣)

(هـ)^{س} + ٥ = ٦ × (هـ)^{س}

٥ × (هـ)^{س} = ٥ ⟵ (هـ)^{س} = ١ ⟵ س = ٠

٤)

(هـ)^{س} + ٢١ = ٤(هـ)^{س}

٣ (هـ)^{س} = ٢١ ⟵ (هـ)^{س} = ٧ ⟵؛ لذا: (هـ)^{٢س} = ٤٩

٥)

ع = ٥٠٠ − ٠,٥ (٢)^{٠,٠٠٤س}

٤٩٢ = ٥٠٠ − ٠,٥ (٢)^{٠,٠٠٤س}

٠,٥ × (٢)^{٠,٠٠٤س} = ٨ ⟵ (٢)^{٠,٠٠٤س} = ١٦ ⟵ س = ١٠٠٠

أولًا: اللوغاريتمات. **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم اللوغاريتم الاعتيادي.
- يتعرف مفهوم اللوغاريتم الطبيعي.
- يجد قيمة لوغاريتم معطى.
- يستقصي قوانين اللوغاريتمات.
- يطبق قوانين اللوغاريتمات.
- يستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد قيمة تقريبية للوغاريتم معطى.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

اللوغاريتم الاعتيادي: $\log_b a$ ، اللوغاريتم الطبيعي.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، قوانين الأسس.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٠٢-١١٣).
- الآلة الحاسبة.

التعلم القبلي

قوانين الأسس، الاقتران الأسي.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – تقديم مفهوم (اللوغاريتم) عن طريق نشاط يمثل الأسس للأساس (٢)، واللوغاريتم للأساس (٢)، وربطهما معًا لاستنتاج العلاقة بين الأسس واللوغاريتمات.

٢ – كتابة تعريف اللوغاريتم على اللوح، وتوضيحه عن طريق مناقشة المثال (١)، ثم كتابة الإجابة على اللوح بمشاركة الطلبة.

٣ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١) فرادى، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) ضمن مجموعات ثنائية، ثم مناقشة الإجابات جماعيًّا على اللوح.

٤ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢) على اللوح، والتركيز على العلاقة بين الأسس واللوغاريتم، وأهميتها في إيجاد لوغاريتم معطى، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٣) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٥ – توزيع الطلبة إلى مجموعات.

٦ – توزيع بطاقات على المجموعات تشمل أسئلة مشابهة للتدريبين (٤)، و(٥)، ثم الطلب إلى أفراد المجموعات حلها، ثم تدوين الإجابات.

٧ – كتابة قانوني اللوغاريتمات (١)، و(٢) أمام الطلبة، أو عرضهما في وسيلة تعليمية على اللوح.

٨ – تكرار الخطوة السابقة لاستنتاج قوانين اللوغاريتمات (٣)، و(٤)، و(٥)، و(٦).

٩ – تكليف الطلبة ضمن مجموعاتهم حل التدريبات (٦)، و(٧)، و(٨)، و(٩)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٠– تدريب الطلبة على استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد قيم تقريبية للوغاريتمات مختلفة (اعتيادية، وطبيعية).

١١– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (١١٣)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– طرح السؤال الآتي على الطلبة: ماذا تعلمتم في هذا الدرس؟

أو ممارسة لعبة إيجاد قيم لوغاريتمات معطاة باستخدام الآلة الحاسبة، أو باستخدام قوانين اللوغاريتمات.

أخطاء شائعة

قد يخطئ بعض الطلبة في استخدام القانون الخاص بكل حالة.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

– عبِّر عن كل مما يأتي بالصورة اللوغاريتمية:

أ) $٣^{٤} = ٨١$ ب) $٥^{-٣} = \frac{١}{١٢٥}$

– عبِّر عن كل مما يأتي بالصورة الأسية:

أ) $\log_{٥} ٦٢٥ = ٤$ ب) $\log_{٤٩} ١ = ٤٩$

- جد قيمة: لـو ٢ ، لـو ٦ ، لـو ٧
٤ ٦ ٤٩

إثراء

- حل المعادلة: لـو (س + ٤) + لـو (س – ٤) = ٢ ، حيث س ≤ ٤
٣ ٣

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣–٣)، سجل وصف سير التعلم (١–٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) $\text{لو}_{٢٧}\ ٣ = \frac{١}{٣}$ ٢) $\text{لو}_{٥}\ \frac{١}{١٢٥} = -٣$

٣) $\text{لو}_{٣}\ ٢٤٣ = ٥$ ٤) $\text{لو}_{هـ}\ ١ = ٠$

التدريب (٢)

١) $٣^{٤} = ٨١$ ٢) $(٥)^{١} = ٥$

٢) $هـ^{٢} = هـ^{٢}$ ٤) $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠$

التدريب (٣)

١) -٣ ٢) ٣ ٣) $\frac{١}{٦}$ ٤) $١,٦٠٩٤$

التدريب (٤)

١) $\text{لو}_{٢}\ ١ = ٠$ ، $\text{لو}_{٣}\ ١ = ٠$ ، $\text{لو}_{٥}\ ١ = ٠$

لاحظ أن $\text{لو}_{أ}\ ١ = ٠$

٢) $\text{لو}_{٢}\ ٢ = ١$ ، $\text{لو}_{٣}\ ٣ = ١$ ، $\text{لو}_{٥}\ ٥ = ١$

التدريب (٥)

١) ٣ ٢) ٣ ٣) -٢ ٤) -٢

التدريب (٦)

١) ٠ ٢) ١ ٣) ٤ ٤) -٢

التدريب (٧)

١) $\text{لو}_{٢}(٣٢ \times ٦٤) = \text{لو}_{٢}\ ٣٢ + \text{لو}_{٢}\ ٦٤$

$= \text{لو}_{٢}(٢)^{٥} + \text{لو}_{٢}(٢)^{٦}$

$= ٥ + ٦ = ١١$

٢) $\text{لو}_{٢}(\frac{١٢٨}{١٦}) = \text{لو}_{٢}\ ١٢٨ - \text{لو}_{٢}\ ١٦$

$= \text{لو}_{٢}(٢)^{٧} - \text{لو}_{٢}(٢)^{٤}$

$= ٧ - ٤ = ٣$

٣) $لو_{٧}١٤ - لو_{٧}٢ = لو_{٢}(\frac{١٤}{٢}) = لو_{٧}٧ = ١$

٤) $لو٥٠ + لو٢ = لو(٥٠ \times ٢) = لو١٠٠ = ٢$

التدريب (٨)

١) $\frac{٣}{٢}$ ٢) -٩ ٣) $\frac{١٥}{٢}$ ٤) ٣

التدريب (٩)

١) $لو_{٢}٢٧ \times لو_{٦}٢ \times لو_{٣}٦ = لو_{٢}٢٧ \times (لو_{٦}٢ \times لو_{٣}٦)$

$= لو_{٢}٢٧ \times لو_{٣}٢ = لو_{٣}٢٧ = ٣$

التدريب (١٠)

١) ٢,٥٧ ٢) ١,٧٤

٣) $لو_{٥}٦ = \frac{لو٦}{لو٥} = \frac{٠,٧٧٨}{٠,٦٩٩}$

التدريب (١١)

١) $ل = ٨,٨ + ١,٥ لو٦٠$

$= ٨,٨ + ١,٥ \times ١,٧٨ = ٨,٨ + ٢,٦٧ = ١١,٤٧$

الأسئلة

١) أ) $لو_{٥}١٢٥ = ٣$ ب) $لو_{٤}(\frac{١}{٦٤}) = -٣$ جـ) $لو_{٤٩}٧ = \frac{١}{٢}$

٢) أ) $(٢)^{٥} = ٣٢$ ب) $(٤)^{\frac{١}{٢}} = ٢$ جـ) $(٥)^{١} = ٥$

٣)

أ) $لو_{٥}٦٢٥ = س$

$(٥)^{س} = ٦٢٥ = (٥)^{٤} \longleftarrow س = ٤$

ب) $\frac{١}{٢٧} = (٣)^{س} \longleftarrow (٣)^{-٣} = (٣)^{س} \longleftarrow س = -٣$

جـ) $لو_{٢٥}١ + لو١٠٠٠ = لو_{٢٥}١ + لو١٠^{٣} = ٠ + ٣ = ٣$

د) لـو$_{هـ}$ هـ^{٢} = ٢

٤)

أ) لـو$_{٣}$ (٢٥ × ٦٢٥) = لـو$_{٥}$ ٢٥ + لـو$_{٥}$ ٦٢٥ = ٦

ب) لـو$_{٣}$ ($\frac{٢٧}{٨١}$) × لـو$_{٥}$ ١٠ × لـو٢٥

لـو$_{٣}$ ($\frac{٢٧}{٨١}$) × لـو$_{٥}$ ٥^{٢}

(لـو$_{٣}$ ٢٧ − لـو$_{٣}$ ٨١) × ٢ = (٣ − ٤) × ٢ = − ٢

جـ) لـو$_{٦}$ ٢ + لـو$_{٦}$ ٣ = لـو$_{٦}$ (٢ × ٣) = لـو$_{٦}$ ٦ = ١

د) لـو٦٠ − لـو ٦ = لـو $\frac{٦٠}{٦}$ = لـو١٠ = ١

جـ) ٢ لـو$_{٩}$ ٣ + لـو$_{٧}$ ٤٩ = لـو$_{٩}$ ٩ + ٢ لـو$_{٧}$ ٧ = ١ + ٢ = ٣

٥)

أ) لـو ٦ = لو (٢ × ٣) = لـو٢ + لـو٣

= ٠,٣٠١٠ + ٠,٤٧٧١ = ٠,٧٧٨١

ب) لـو $\frac{١٥}{١٠}$ = لو ($\frac{٣}{٢}$) = لـو٣ − لـو٢ = ٠,١٧٦١

جـ) لـو٤ = ٢ × لـو٢ = ٠,٦٠٢٠

د) لـو$_{٢}$ ٣ = $\frac{\text{لو٣}}{\text{لو٢}}$ = $\frac{٠,٤٧٧١}{٠,٣٠١٠}$ = ١,٥٨٥٠

٦)

أ) الصواب: لـو$_{٣}$ (٩ × ٢٧) = لـو$_{٣}$ ٩ + لـو$_{٣}$ ٢٧ = ٥

ب) الصواب: لـو$_{٦}$ (٢ + ٤) = لـو$_{٦}$ ٦ = ١

جـ) الصواب: لـو$_{٢}$ (٢ × ٤) = لـو$_{٢}$ ٢ + لـو$_{٢}$ ٤ = ٣

د) الصواب: (لـو$_{٣}$ ٩)^{٢} = (لـو$_{٣}$ ٣^{٢})^{٢} = (٢)^{٢} = ٤

هـ) الصواب: لـو$_{٢}$ (٨ − ٤) = لـو$_{٢}$ ٤ = ٢

و) الصواب: لـو$_{٨}$ ($\frac{٣٢}{٤}$) = لـو$_{٨}$ ٨ = ١

ثانيًا: **الاقتران اللوغاريتمي وخصائصه.** **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات الخاصة

- يتعرف الاقتران اللوغاريتمي.
- يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي بيانيًّا.
- يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي بيانيًّا باستخدام برمجية إكسل.
- يستقصي خصائص الاقتران اللوغاريتمي.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

اللوغاريتمات، اللوغاريتم الاعتيادي، اللوغاريتم الطبيعي، الاقتران اللوغاريتمي، خصائص الاقتران اللوغاريتمي.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصفان: الثامن، والتاسع، قوانين الأسس.
- كتاب الرياضيات، الصفوف: الثامن، والتاسع، والعاشر، الاقترانات وخصائصها.

التكامل الأفقي

- تطبيقات برمجية إكسل، مبحث الحاسوب.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١١٤-١٢٤).
- برمجية إكسل.
- برمجيات رسم المنحنيات.

التعلم القبلي

مفهوم الأسس، الاقتران الأسي، مجال الاقتران ومداه، مفهوم اللوغاريتم.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم عن طريق الأنشطة (المناقشة ضمن فريق).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في كيفية التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية وبالعكس، ثم سؤالهم: ما الاقتران اللوغاريتمي بحسب توقعاتك؟

٢ – الاستماع إلى الإجابات، ثم مناقشتها.

٣ – تعريف الاقتران اللوغاريتمي للطلبة، ثم كتابته على اللوح، ثم توضيحه لهم.

٤ – توجيه الطلبة الى ذكر أمثلة متنوعة على الاقتران اللوغاريتمي، ثم ذكر مثال مخالف له؛ لتثبيت مفهوم الاقتران اللوغاريتمي في أذهانهم.

٥ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١) بناءً على التعريف، ثم توجيههم إلى حل التدريب (٢) في دفاترهم فرادى.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، والتركيز على بيان أهمية شرط مجال الاقتران اللوغاريتمي، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) ضمن مجموعات ثنائية.

٧ – تدريب الطلبة على تمثيل منحنى الاقتران اللوغاريتمي باستخدام برمجية إكسل.

٨ – تدريب الطلبة على تمثيل منحنى الاقتران اللوغاريتمي عن طريق تكوين الجدول، وتعيين مجموعة النقاط (س، ص) من الجدول في المستوى البياني، وتوصيل النقاط بخط منحنٍ أملس، ومقارنة التمثيل اليدوي بالتمثيل الإلكتروني باستخدام برمجية إكسل.

٩ – توجيه الطلبة إلى حل التدريبين (٣)، و(٤)، ثم مقارنة إجاباتهم ضمن مجموعات ثنائية، ثم الطلب إليهم الإجابة بصورة فردية عن مجموعة الأسئلة التي تستقصي خصائص الاقتران اللوغاريتمي: مجال الاقتران، مدى الاقتران، المقطع السيني للاقتران، المقطع الصادي للاقتران، تزايد منحنى الاقتران أو تناقصه، ماهية الاقتران (واحد لواحد أم لا).

٨ – توجيه كل طالب إلى تسجيل ملاحظاته، ثم مناقشتها مع زميله الذي بجانبه، ثم مناقشة الطلبة في إجاباتهم لاستقصاء خصائص الاقتران اللوغاريتمي.

٩ – تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (١٢٤)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

– طرح السؤالين الآتيين على الطلبة:

- ما الاقتران اللوغاريتمي؟
- ما خصائصه؟

أخطاء شائعة

- قد يخلط بعض الطلبة بين الناتج والأساس عند حساب لوغاريتم العدد.
- قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد مجال الاقتران اللوغاريتمي للعبارة التربيعية.

مراعاة الفروق الفردية

علاج

- إذا كان ق(س) = لـو$_{٢}$ (س − ١)، فجد قيمة كل من:

  ق (٤)، ق (١)، ق (٣١).

إثراء

- حدِّد مجال الاقتران ق، علمًا أن ق(س) = لـو(س + ١) + لـو(س^{٢} − س + ١).

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التواصل، الورقة والقلم.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣−٤)، اختبار نهاية الوحدة.

التدريبات

التدريب (١)

١) ق (١) = ٠ ٢) ق ($٣^{٤}$) = لو$_{٣}$ $٣^{٤}$ = ٠

٣) ق ($\frac{١}{٣}$) = لو$_{٣}$ $٣^{-١}$ = −١ لو$_{٣}$ ٣ = −١ × ١ = −١

التدريب (٢)

١) مجال الاقتران ق هو الفترة (٢، ∞).

٢) مجال الاقتران ل هو الفترتان: (٣، ∞)، و(−∞، ٢).

٢) مجال الاقتران هـ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

التدريب (٣)

خصائص الاقتران ق (س) = لو$_{٣}$ س:

١) مجاله هو: {س : س ∈ ح ، س > ٠}. ٢) المقطع السيني (س = ١).

٣) لا يوجد مقطع صادي. ٤) الاقتران واحد لواحد. ٥) الاقتران متزايد.

التدريب (٤)

خصائص الاقتران ق (س) = لو$_{\frac{١}{٣}}$ س:

١) مجاله هو: {س : س ∈ ح ، س > ٠}. ٢) المقطع السيني (س = ١).

٣) لا يوجد مقطع صادي. ٤) الاقتران واحد لواحد. ٥) الاقتران متزايد.

التدريب (٥)

يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات الموجودة في الهواتف الذكية.

التدريب (٦)

يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات الموجودة في الهواتف الذكية.

الأسئلة

١)

أ) ق(٣) = ٠ ق(١١) = ٢

ق(٢٩) = ٣ ق ($\frac{٧}{٣}$) = −١

ب) مجال ق(س) هو الفترة (٢، ∞).

جـ) ٠ = لـو$_{٣}$(س − ٢)

(٣)^{٠} = س − ٢ ⟵ ١ = س − ٢ ⟵ س = ٣ ، ومنه: نقطة التقاطع مع محور السينات هي (٣، ٠).

د) مدى الاقتران: ح − {٠}.

٢)

خصائص الاقتران ق (س) = لـو$_{٢}$س + ١:

أ) مجاله هو الفترة (−١، ∞).

ب) المقطع السيني (س = ٠).

جـ) لا يوجد مقطع صادي (ص = ٠).

د) الاقتران واحد لواحد.

هـ) الاقتران متزايد.

٣)

يمكن الاستعانة ببرمجيات رسم منحنيات الاقترانات الموجودة في الهواتف الذكية.

٤)

أ) مجال الاقتران ل هو الفترة (−٣، ∞).

ب) مجال الاقتران م هو الفترتان: (−∞، ٠)، و (١، ∞).

إجابات أسئلة الوحدة

١)

	الصورة الأسية للمقدار	الصورة اللوغاريتمية للمقدار
أ	$٣^{٤} = ٨١$	$\text{لو}_{٣} ٨١ = ٤$
ب	$(٤)^{\frac{١}{٢}} = ٢$	$\text{لو}_{٤} ٢ = \frac{١}{٢}$
جـ	$٢^{-٣} = \frac{١}{٨}$	$\text{لو}_{٢} \frac{١}{٨} = -٣$
د	$(٥)^{٠} = ١$	$\text{لو}_{٥} ١ = ٠$

٢)

أ) ق(٠) = ١ ، ق(٢) = ٨ ، ق(٦) = ١٩٢

ب) س = −١

جـ) نقطة التقاطع مع محور السينات هي النقطة (−١، ٠).

٣)

أ) س = ٣ ب) س = $\frac{-٦}{٤}$ جـ) س = {٣ ، −٣}

د) س = ٣ هـ) س = −٦ و) س = $\frac{-١}{٦}$

٤)

أ) أ = ٥ ، ب = ٢

ب) ن = ٥ ، ومنه: $(٢)^{٥} = ٣٢$

جـ) ن = ٤ ، ومنه: $\text{لو}_{٤} ٤ = ١$

٥)

أ) مجال الاقتران ق هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

ب) لا يوجد مقطع سيني. جـ) المقطع الصادي (ص = $\frac{١}{٩}$).

د) الاقتران واحد لواحد. هـ) الاقتران متزايد.

٦)

أ) $\frac{\text{لو}_{٢}١٦}{\text{لو}_{٢}٤} = \frac{٢\,\text{لو}_{٢}٤}{\text{لو}_{٢}٤} = ٢$

ب) $٢\,\text{لو}_{٢٧}٣ \times \text{لو}_{٩}٢٧ = \text{لو}_{٢٧}٩ \times \text{لو}_{٩}٢٧ = \text{لو}_{٩}٩ = ١$

جـ) $\text{لو}_{٢}(\frac{٢٠}{٧}) - \text{لو}_{٣}\frac{١٠}{٧} \times \frac{١}{٢}\,\text{لو}_{٢}٩ = \text{لو}_{٢}٢ = ١$

٧)

أ) −١,٤٣١ ب) ٠,٠٥٩٤ جـ) −٠,٠٣٢١

د) $\text{لو}_{هـ}١٠ = ٣,٢$ هـ) $\text{لو}_{٥}٧ = \frac{\text{لو}٧}{\text{لو}٥} = ١,٢٠٨٩$

٨) ٩,٥٢ دنانير.

٩)

أ) لو١٢ = ٢س + ص ب) لو١,٥ = ص − س

جـ) لو ٦٠ = س + ص + ١ د) $\text{لو}_{٣}٣٢ \times \text{لو}٣ = ٥س$

١٠)

ن = ٦ ساعات.

١١)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
رمز الإجابة الصحيحة	د	أ	ب	د	جـ	د	ب	أ	جـ	جـ	د

استراتيجية التقويم: الملاحظة، التواصل.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٣-١).

الرقم	مؤشرات الأداء	يتقن	لا يتقن
١	يتعرف الاقتران الأسي.		
٢	يتعرف الاقتران الأسي الطبيعي.		
٣	يجد صورة عدد في الاقتران الأسي.		
٤	يستخدم الاقتران الأسي الطبيعي في حل مسألة عملية.		
٥	يمثل الاقتران الأسي بيانيًّا.		
٦	يمثل الاقتران الأسي باستخدام برمجيات رسم المنحنيات.		
٧	يذكر خصائص اقتران أسي معطى.		

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣-٢).

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يتعرف المعادلات الأسية.					
٢	يحل معادلات أسية.					
٣	يستخدم المعادلات الأسية في حل مسائل حياتية.					

(٥) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، ومن دون مساعدة.

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، وبوجود مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

(٢) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ووجود مساعدة.

(١) أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣-٣).

الرقم	مؤشرات الأداء	ضعيف	مقبول	متوسط	جيد جدًّا	ممتاز
١	يتعرف قوانين اللوغاريتمات.					
٢	يستخدم قوانين اللوغاريتمات في إيجاد مقادير عددية.					
٣	يستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد لوغاريتم اعتيادي معطى.					
٤	يستخدم الآلة الحاسبة في إيجاد لوغاريتم طبيعي معطى.					

ممتاز: أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، ومن دون مساعدة.

جيد جدًّا: أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، وبوجود مساعدة.

متوسط: أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

مقبول: أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ووجود مساعدة.

ضعيف: أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

استراتيجية التقويم: التواصل.

أداة التقويم: سلم التقدير (٣-٤).

الرقم	مؤشرات الأداء	١	٢	٣	٤	٥
١	يتعرف مفهوم الاقتران اللوغاريتمي.					
٢	يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي بيانيًّا.					
٣	يمثل منحنى الاقتران اللوغاريتمي باستخدام برمجية إكسل.					
٤	يستقصي خصائص الاقتران اللوغاريتمي.					

(٥) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، ومن دون مساعدة.

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون أخطاء، وبوجود مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ومن دون مساعدة.

(٢) أنجز المهمة بوجود خطأ بسيط، ووجود مساعدة.

(١) أنجز المهمة بوجود أخطاء، ووجود مساعدة.

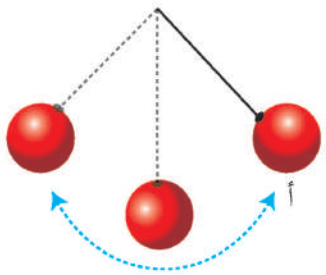
الوحدة الرابعة

٤

المتتاليات والمتسلسلات الحسابية والهندسية

Arithmatic and Geometric Sequences and Series

المتتاليات والمتسلسلات هي من الموضوعات الرياضية التي تُعَدُّ جزءًا من علم الجبر، والتي يُعتمَد عليها في اكتشاف العلاقات التي تربط مجموعة أعداد بعضها ببعض، مما يساعد على تنمية التفكير الرياضي للمتعلم، علمًا بأنه توجد تطبيقات عملية مهمة لهذا الموضوع في العديد من المجالات، مثل: الحسابات الخاصة بسقوط الأجسام وارتدادها، والنمو السكاني، والحركة البندولية، وحساب النمو في الاستثمارات المالية.



يتوقع من الطالب بعد دراسة هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- تحديد خصائص المتتاليات الحسابية والهندسية.
- تمييز المتتاليات الحسابية والهندسية بعضها من بعض.
- كتابة حدود متتالية عُلِم حدُّها العام.
- إيجاد الحد العام لمتتالية إذا عُلِم بعض حدودها.
- إيجاد مجموع متسلسلة حسابية أو هندسية منتهية.
- إيجاد مجموع متسلسلة هندسية تقاربية غير منتهية.
- حل مسائل تتضمن تطبيقات عملية على مواقف حياتية ذات صلة بالموضوع، مُبرِّرًا الحل.

تهيئة

١) أكمل النمط في كل مما يأتي بإضافة ثلاثة حدود:

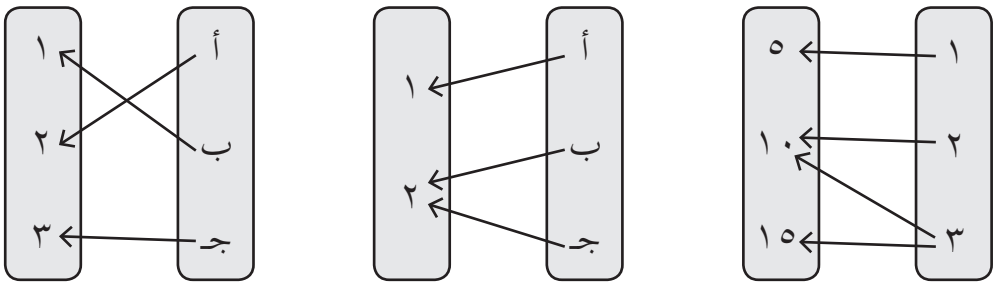
أ) ٢، ٥، ٨، ١١، ..... ، ..... ، ..... .

ب) ٥، ٣، ١، −١، ..... ، ..... ، ..... .

جـ) ٢، ٣، ٦، ١١، ١٨، ..... ، ..... ، ..... .

د) ٤، ٢، ١، $\frac{١}{٢}$ ..... ، ..... ، ..... .

٢) أي العلاقات الآتية تمثل اقترانًا مع ذكر السبب:



(أ) (ب) (جـ)

٣) جد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

أ) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨}$ ب) $\sqrt{٠,٠٤٠}$

جـ) $\sqrt{١٢١} - \sqrt{٢٥}$ د) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$

٤) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) $(-٢)^{٣} \times ٢$ ب) $(-٧)^{٢} + (٨)^{٢}$ جـ) $\frac{(٣)^{٢} \times (٣)^{٥}}{((٣)^{٢})^{٧}}$

٥) إذا علمت أن س = ٢ ، ص = ٣ ، ع = −٧، فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) س ص^{٢} ب) (س ص)^{٢}

جـ) ٦ − س + (ص − ١)^{٢} د) $\frac{\text{س}\,(\text{ع} + ٥)^{٢}}{١ - \text{ص}}$

٦) اجعل المتغير س موضوع القانون في كل مما يأتي:

أ) ص = ٢س − ١ ب) ٣س − ٢ص = ٥

٧) حل المعادلتين الأسيتين الآتيتين:

أ) $\frac{١}{٣٢} = (\frac{١}{٢})^{س-٢}$ ب) $٣^{س+٢} = ٢٧^{س}$

إجابات أسئلة التهيئة

١)

أ) ١٤، ١٧، ٢٠ ب) −٣، −٥، −٧ جـ) ٢٧، ٣٨، ٥١ د) $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$

٢)

أ) لا تمثل اقترانًا. ب) اقتران. جـ) اقتران.

٣)

أ) ٤ ب) ٠,٢ جـ) ٦ د) $\frac{٣}{٤}$

٤)

أ) −١٦ ب) ١١٣ جـ) $(٣)^{-٢} = \frac{١}{٩}$

٥)

أ) ١٨ ب) ٣٦ جـ) ٨ د) −٤

٦)

أ) $س = \frac{ص + ١}{٢}$ ب) $س = \frac{٥ + ٢ص}{٣}$

٧)

أ) س = ٧ ب) س = ١

أولًا: المتتالية.

عدد الحصص: ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم المتتالية.
- يكتب حدود متتالية عُلِم حدها العام.
- يجد الحد العام لمتتالية عُلِم بعض حدودها.
- يستخدم المتتالية في حل مسائل حياتية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

المتتالية، رتبة الحد، قيمة الحد، الحد العام.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٣٠- ١٣٥).

التعلم القبلي

المجال، المدى، إيجاد صورة العدد في اقتران ما، الأنماط، إيجاد قاعدة النمط.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (تدريب زميل).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – ذكر مقدمة بسيطة عن موضوع المتتاليات والمتسلسلات والمجال التي تنتمي إليه (الجبر)، وأهميتها لموضوعات المعرفة الرياضية وتطبيقاتها في الحياة.

٢ – مناقشة الطلبة في مفهوم المتتالية لغويًّا؛ لاستنتاج أن جذرها اللغوي هو (تلا)، ومعناه (تبع).

٣ – ذكر أمثلة على أشياء متتابعة (متتالية)، مثل: الفصول الأربعة، وأيام الأسبوع، والسنوات الدراسية

التي قضاها طالب الصف الحادي عشر في المدرسة.

٤ – توجيه الطلبة إلى ذكر أمثلة أخرى من واقع حياتهم على أشياء تمثل متتاليات.

٥ – ربط مفهوم المتتالية بالرياضيات ليصبح الحديث عن الأعداد.

٦ – تعريف مفهوم (المتتالية) للطلبة، ثم كتابته بخط واضح على اللوح، ثم شرحه بتأكيد وجوب أن تكون الأعداد مرتبة ترتيبًا مُعيَّنًا مثل الاقتران الذي مجاله الأعداد الصحيحة الموجبة، أو مجموعة جزئية منها بصورة (١، ٢، ٣،... ، ن).

٧ – طرح المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس، ومناقشة الطلبة في حلها من دون استخدام قوانين المتتاليات، ثم كتابتها على شكل متتالية، وتوضيح عناصر المتتالية لهم، وهي: عدد حدودها، والحد العام للمتتالية، ورتبة حد معطى، ومجال الاقتران الدال على المتتالية، ومداه.

٨ – ذكر مثال على متتالية يراد إيجاد $ح_{٥}$ فيها، وبيان صعوبة ذلك من حيث الوقت والجهد؛ ما يُحتِّم إيجاد الحد العام.

٩ – استخدام فكرة الجدول في إيجاد الحد العام للمتتالية. فمثلًا، لإيجاد الحد العام للمتتالية : ٢، ٥، ١٠، ١٧، فإن:

المدخلات	١	٢	٣	٤	ن
العملية	↓	↓	↓	↓	↓
المخرجات	٢	٥	١٠	١٧	الحد العام

١٠– سؤال الطلبة عن العملية التي جعلت العدد ١ يصبح ٢، والعدد ٢ يصبح ٥، وهكذا؛ لاستنتاج أن العملية هي تربيع العدد مضافًا إليه العدد (١)، فيكون:

$(١)^{٢}+١=٢$، $(٢)^{٢}+١=٥$، $(٣)^{٢}+١=١٠$، $(٤)^{٢}+١=١٧$ ، $ح_{ن}=(ن)^{٢}+١$

١١– مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٢– مناقشة الطلبة في حل المثالين (٢)، و(٣)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) بصورة فردية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٣– مناقشة الطلبة في حل المثال (٤)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٣) بصورة فردية، وتوجيه كل منهم إلى مقارنة حله بحل زميله الذي بجانبه، ثم تعزيز إجاباتهم.

١٤– مناقشة الطلبة في حل المثال (٥) الذي ينبه الطلبة على وجود صيغة للحد العام يعتمد إيجاد حد فيها على الحد السابق، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٤) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه

الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٥- توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٥) في البيت (واجب بيتي).

١٦- مناقشة الطلبة في إجابات الأسئلة في الصفحة (١٣٥) بعد توزيعهم إلى مجموعات، ومتابعتهم في أثناء الإجابة عن الأسئلة، وتعزيزهم.

ختم الدرس

- تقديم تغذية راجعة لما شُرِح من أفكار الدرس (أسئلة وأجوبة).
- تكليف الطالب تعبئة نموذج سجل وصف سير التعلم (١-٨).

أخطاء شائعة

قد لا يُفرِّق بعض الطلبة بين مفهومي قيمة الحد ورتبة الحد.

الفروق الفردية

علاج

- ذكر مثال على متتالية متشابهة الحدود (مثل: ١، ١، ١، ١)، وإيجاد رتبة كل حد وقيمته.

إثراء

- جد الحد العام للمتتاليتين الآتيتين:

أ) ٠، -١، -٢، -٣، -٤

الحل:

$ح_ن = ١ - ن$

ب) ٤، ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤

الحل:

$ح_ن = ٢^{ن+١}$

- أيهما أكبر: الحد الخامس في متتالية حدها العام $ح_ن = (٢ + ن)^٢$، أم الحد الثاني في متتالية حدها العام $ح_ن = ٢٠ن + ١٥$؟

الحل:

$ح_٥ = ٤٩$ ، $ح_٢ = ٥٥$

∴ الحد الثاني أكبر.

- أنا عدد قيمتي في المتتالية التي حدها العام $ح_ن = ٢ن - ١$ هي نفس رتبتي، فما أنا؟

الحل:

١

- تصفَّح موقع منصة إدراك للتعليم الإلكتروني: www.edraak.org، وشاهد عرض الفيديو الخاص بالدرس، ثم اكتب تقريرًا عنه.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: مراجعة الذات (التقويم الذاتي).

أداة التقويم: سجل وصف سير التعلم (١-٨).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) $ح_٢ = ٣$ ، $ح_٤ = ١٠$

٢) الحد السابع.

التدريب (٢)

١) $ح_ن = \frac{١}{ن}$ ٢) $ح_ن = ٢ن - ١$ ٣) $ح_ن = ن^٣$ ٤) $ح_ن = ن^٢ - ١$

التدريب (٣)

٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢٤

التدريب (٤)

١) -٣ ، -٨ ، -١٣ ، -١٨ ، -٢٣

٢) $٢ ، \frac{٦}{١٠} ، \frac{١٨}{١٠٠} ، \frac{٢٤}{١٠٠٠} ، \frac{٧٢}{١٠٠٠٠}$

التدريب (٥)

$ح_ن = ٢ح_{ن-١}$ ، $ن \geq ٢$

الأسئلة

١)

أ) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥

ب) ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧

جـ) ١ ، ٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١

د) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٨}{٢٧}$ ، $\frac{١٦}{٨١}$ ، $\frac{٣٢}{٢٤٣٧}$

هـ) −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١

و) ٨١ ، ٢٧ ، ٩ ، ٣ ، ١

٢)

أ) $ح_ن = \frac{ن}{ن + ١}$ ب) $ح_ن = \frac{٣}{٢^ن}$ جـ) $ح_ن = (-١)^{ن+١} \times ٥$

د) $ح_ن = -(٢^{ن-١})$ هـ) $ح_ن = (-١)^ن \times ٤$ و) $ح_ن = (\frac{١}{٢})^ن$

٣)

$ح_ن = (٨٠)^٢ - ١ = ٦٣٩٩$

٤)

لا؛ لأن عدد حدودها غير منتهٍ.

٥)

أ) ١ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٢ ، ٢٩

ب) يصادف موعد الامتحان يوم الإثنين.

٦)

أ) المرة الرابعة عام ٢٠١١م.

ب) المرة العاشرة عام ٢٠٣٥م.

ثانيًا: المتسلسلة. **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم المتسلسلة.
- يستخدم رمز المجموع للتعبير عن المتسلسلة.
- يكتب مفكوك متسلسلة.
- يجد مجموع متسلسلة منتهية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متتالية حسابية، أساس المتتالية (د)، الحد الأول (أ)، الحد العام ($ح_ن$).

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٣٦ - ١٤١).

التعلم القبلي

مفهوم المتتالية، الحد العام للمتتالية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر(العمل في الكتاب المدرسي، الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية وحدها العام.

٢ – عرض المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس.

٣ – تعريف المتسلسلة المرتبطة بالمتتالية، وبيان كيفية كتابتها.

٤ – عرض المثال (١) في الصفحة (١٣٦) أمام الطلبة، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١) في دفاترهم، ثم تكليف أحدهم كتابة الإجابة الصحيحة على اللوح.

٥ – بيان أهمية استخدام الصيغة المختصرة للتعبير عن المتسلسلة، وهي رمز المجموع.
٦ – عرض المثالين (٢)، و(٣) أمام الطلبة، ثم مناقشتهم في حلهما، ثم الطلب إليهم حل التدريبين (٢)، و(٣) في دفاترهم، ومتابعتهم في أثناء الحل، وتقديم التغذية الراجعة لهم.
٧ – توضيح كيفية كتابة مفكوك رمز المجموع لمتسلسلة ما، وإيجاد المجموع.
٨ – عرض المثالين (٤)، و(٥) أمام الطلبة، ثم مناقشتهم في حلهما، ثم الطلب إليهم حل التدريبين (٤)، و(٥) باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).
٩ – توجيه الطلبة إلى حل السؤالين (٢)، و(٣) في دفاترهم، ثم الطلب إلى أحد الطلبة كتابة الإجابة الصحيحة على اللوح.
١٠– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس في الصفحة (١٤١)، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- تقديم تغذية راجعة لما شُرِح من أفكار الدرس (مناقشة عامة لأفكار الدرس).
- استخدام أداة التقويم: قائمة الرصد (٤–١).

أخطاء شائعة

قد لا يُفرِّق بعض الطلبة بين المتتالية والمتسلسلة المرتبطة بها.

الفروق الفردية

علاج

- تأكيد مفهوم كل من: المتتالية، والمتسلسلة، وذكر أمثلة للتفريق بينهما.

إثراء

- حل المعادلة الآتية:

$$أ \times \sum_{ن=١}^{١٢} (٢ن) = ٣أ + ٤$$

الحل

$$أ = \frac{٤}{٢٧}$$

- هل يشترط في المتسلسلة الأكثر حدودًا أن تكون أكبر مجموعًا؟

الحل

لا.

- تصفَّح موقع منصة إدراك للتعليم الإلكتروني: www.edraak.org، وشاهد عرض الفيديو الخاص بالدرس، ثم اكتب تقريرًا عنه.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٤-١).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

$$١ + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٥} + \ldots$$

التدريب (٢)

١) $\sum_{ن=١}^{٦} ٣ن$ ٢) $\sum_{ن=١}^{٧} ٢ن \times (-١)^{ن}$

التدريب (٣)

١) $\sum_{ن=١}^{\infty} ن^{-٣}-١$ ٢) $\sum_{ن=١}^{\infty} \frac{٥}{٤ن}$

التدريب (٤)

١) $٣ + ٦ + ٩ + ١٢ + ١٥ + ١٨ + ٢١$

٢) $٣ + ٩ + ٢٧ + ٨١ + \ldots$

التدريب (٥)

١) $٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٢٤$

٢) $ك + ك + ك + ك = ٤ك$

التدريب (٦)

عدد مقاعد المسرح = ٦٦٠ مقعدًا.

الأسئلة

١)

أ) $\sum_{ن=١}^{٥} ٧ ن$ ب) $\sum_{ن=١}^{٤} \frac{-٢}{٢ن + ١}$ جـ) $\sum_{ن=١}^{٥} (-١)^{ن+١} (٣)^{ن-١}$

٢)

أ) $-٢ + ٤ + -٨ + ١٦ + -٣٢ + ٦٤$

ب) $\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} + \frac{٤}{٥} + ...$

٣)

أ) ٠,٩٦٨٧٥ ب) ٢٦ جـ) ٧٢

٤)

$\sum_{ن=١}^{٣٦}$ ٢٥٠

٥)

المتتالية: ٤، ١٢، ٢٤، ٤٠

المتسلسلة: ٤+ ١٢+ ٢٤+ ٤٠

أولًا: المتتالية الحسابية. | **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم المتتالية الحسابية.
- يجد الحد العام لمتتالية حسابية.
- يجد عدد حدود متتالية حسابية منتهية.
- يستخدم المتتالية الحسابية في حل مسائل عملية.
- يعي أهمية المتتالية الحسابية في واقع حياته.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متتالية حسابية، أساس المتتالية (د)، الحد الأول (أ)، الحد العام $ح_ن$.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٤٢ – ١٤٨).

التعلم القبلي

مفهوم المتتالية، الحد العام للمتتالية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (المناقشة، فكر – انتقِ زميلاً – شارك).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية وحدودها.

٢ – تشويق الطلبة لتعلم الدرس الجديد، ببيان أهميته الكبيرة في الحياة، وتوفيره الوقت والجهد، بإيجاد حلول للمواقف والمشكلات الحياتية التي يواجهونها.

٣ – عرض المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس، ثم توجيه الأسئلة الآتية إلى الطلبة:
- اكتب المتتالية التي تمثلها المسألة.
- ماذا تلاحظ على زمن التدريب يوميًّا؟
- هل مقدار الزيادة ثابت أم متغير؟

٤ – التوضيح للطلبة أن هذا النوع من المتتاليات يسمى المتتالية الحسابية، ثم كتابة التعريف بخط واضح على اللوح، وتحديد الحد الأول ورمزه، والأساس ورمزه.

٥ – توضيح طريقة تمييز المتتالية الحسابية من غيرها بذكر أمثلة متنوعة يكون فيها الأساس عددًا صحيحًا موجبًا، وعددًا صحيحًا سالبًا، وكسرًا موجبًا أو سالبًا، وعددًا ثابتًا.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١) الذي يميز المتتالية الحسابية من غيرها.

٧ – توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢) الذي يوضح كيفية كتابة حدود متتالية إذا عُلِم بعض حدودها، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢)، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – استقصاء قانون الحد العام للمتتالية الحسابية بإجابة أسئلة ورقة العمل (٤–١).

١٠– مناقشة الطلبة في حل المثالين (٣)، و(٤) اللذينِ يتعلقان بالحد العام للمتتالية الحسابية، ثم الطلب إليهم حل التدريبين (٣)، و(٤) ضمن مجموعات، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– عرض المثال (٥) الذي يبين تطبيقات المتتالية الحسابية في الحياة العملية.

١٢– استخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك) في حل نشاط (فكر) في صفحة (١٤٧).

١٣– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- تقديم تغذية راجعة لما شُرِح من أفكار الدرس (مناقشة عامة لأفكار الدرس).
- استخدام أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٢).

الأخطاء الشائعة

تطبيق بعض الطلبة قانون الحد العام للمتتالية الحسابية من دون التأكد أنها حسابية.

الفروق الفردية

علاج

- استخدم استراتيجية (أين الخطأ) في حل السؤال الآتي:

هل تؤيد محمد في جزمه أن الحد السادس في المتتالية الآتية: ٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٥ يساوي ١٨ أم لا؟ برِّر إجابتك.

إثراء

- إذا كانت الأعداد أ + ١، ٣ أ، ١١ – أ تمثل متتالية حسابية، فجد قيمة أ .

الحل:

أ = ٢

- تصفَّح موقع منصة إدراك للتعليم الإلكتروني: www.edraak.org، وشاهد عرض الفيديو الخاص بالدرس، ثم اكتب تقريرًا عنه.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التواصل، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٢)، بطاقة الخروج (١–٩).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) حسابية. ٢) حسابية. ٣) ليست حسابية. ٤) حسابية.

التدريب (٢)

١٣ ، ١٧ ، ٢١ ، ٢٥ ، ٢٩

التدريب (٣)

١) $ح_ن = ٢٤ + (-٦)(ن-١)$ ٢) $ح_ن = ٥ + ٢(ن - ١)$

التدريب (٤)

أ = $ح_١$ = ١ ، د = ٤؛ لأن $ح_٤$ = ١٣

$ح_٢$ = ٥ ، $ح_٣$ = ٩

التدريب (٥)

$ح_{١٠} = ٢٠ + ٥(١٠ - ١) = ٦٥$ دقيقة = ساعة وخمس دقائق.

الأسئلة

١)

أ) حسابية. ب) حسابية. جـ) ليست حسابية. د) ليست حسابية.

٢)

أ) $ح_{٥٦} = -٧ + ٢ \times ٥٥ = ١٠٣$ ب) $ح_{٥٦} = ٣ - ٧ \times ٥٥ = -٣٨٢$

٣)

أ) $ح_{ن} = ٣ + ٦(ن-١)$ ب) $ح_{ن} = ٠,٧ + ٠,٢(ن-١)$

٤)

أ = ٣ ، د = ٣ ، ومنه: س = ٦ ، ص = ٩

٥)

أ = ٢,٣٥

د = - ٠,٧٥

$ح_{١٥} = ٢,٣٥ + ١٤(-٠,٧٥)$

٦)

د = ٤ ، ٨ = أ + ٤ ⟵ أ = ٤

الحدود هي: ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠

٧)

أ = ٣٦٠٠ ، د = ٦٠

$ح_{١٥} = ٣٦٠٠ + ١٤ \times ٦٠ = ٤٤٤٠$ دينارًا.

ثانيًا: **مجموع المتسلسلة الحسابية.** **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يستنتج قانون مجموع حدود متسلسلة حسابية.
- يجد مجموع عدد من حدود متسلسلة حسابية.
- يستخدم مجموع متسلسلة حسابية في حل مسائل عملية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متسلسلة حسابية، مجموع متسلسلة حسابية ($جـ_ن$).

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٤٩-١٥٣).

التعلم القبلي

مفهوم المتتالية الحسابية، الحد العام للمتتالية الحسابية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، حل المشكلات والاستقصاء، التعلم في مجموعات (التعلم التعاوني الجماعي).

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية الحسابية، وحدودها، والحد العام.

٢ – تشويق الطلبة لتعلم الدرس الجديد، ببيان أهميته الكبيرة في الحياة، وتوفيره الوقت والجهد، بإيجاد حلول للمواقف والمشكلات الحياتية التي يواجهونها، وذلك بعرض المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس من دون حلها.

٣ – كتابة المتسلسلة: ٢+٥+٨+١١+١٤+١٧ على اللوح، ثم توجيه الأسئلة الآتية إلى الطلبة:

- هل المتسلسلة حسابية أم لا؟

- كم عدد حدود المتسلسلة؟
- ما أساسها؟
- ما قيمة الحد الأول؟
- ما قيمة الحد الأخير؟
- كم مجموعها؟

٤ – سؤال الطلبة: إذا كان عدد حدود المتسلسلة كبيرًا جدًّا ، فهل إيجاد مجموعها يستنزف منكم الوقت والجهد؟

٥ – استخدام المدخل السابق لتوضيح أهمية الدرس، وضرورة وجود قانون لإيجاد المجموع للمتسلسلة الحسابية.

٦ – توجيه السؤال الآتي إلى الطلبة بناءً على السؤال المكتوب على اللوح: ماذا تلاحظون في ما يأتي:

٢ + ١٧ = ١٩ ، ٥ + ١٤ = ١٩ ، ٨ + ١١ = ١٩؟

العدد (١٩) تكرر (٣) مرات؛ أي ١٩ × ٣ = ٥٧، ولكن، كيف حصلنا على العدد (١٩) والعدد (٣)؟

بيان أن العدد (١٩) هو مجموع الحدين: الأول والأخير في المتسلسلة، وأن العدد (٣) هو عدد حدود المتتالية مقسومًا على (٢).

٧ – كتابة قانون المجموع بخط واضح على اللوح، وبيان رموز مدخلاته.

٨ – حل المثال (١) الذي يتناول إيجاد مجموع حدود متسلسلة حسابية، ثم توجيه الطلبة إلى حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – استقصاء الصيغة الأخرى لمجموع المتسلسلة الحسابية بمشاركة الطلبة.

١٠– مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) بصورة فردية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١١– تنبيه الطلبة لأهمية الدرس وتطبيقاته المتعددة في حياتنا، عن طريق مناقشة حل المثال (٣).

١٢– توجيه الطلبة إلى حل التدريب (٣) بعد توزيعهم إلى مجموعات.

١٣– تعيين واجب بيتي للطلبة من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- تقديم تغذية راجعة لما شُرِح من أفكار الدرس (مناقشة عامة لأفكار الدرس).
- عمل مسابقة بين الطلبة؛ إمّا بصورة فردية، وإمّا ضمن فرق.

أخطاء شائعة

قد لا يميز بعض الطلبة بين قيمة مجموع المتسلسلة وقيمة الحد الأخير.

الفروق الفردية

علاج

- ذكر متسلسلة حسابية متشابهة الحدود (مثل: ٢+٢+٢+٢+٢)، والسؤال عن قيمة الحد الأخير ومجموعها.

إثراء

- ثلاثة أعداد تمثل متتالية حسابية، مجموعها (٩)، وحاصل ضربها (٢٤)، فما هذه الأعداد؟

الحل

٢، ٣، ٤

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التواصل، الملاحظة.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤-٢)، قائمة الرصد للعمل التعاوني (١-٦).

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) أ = ٥ ، د = ٥

$ح_{١٠} = ٥ + ٩ \times ٥ = ٥٠$

$جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢} (٥ + ٥٠) = \frac{٥٥٠}{٢}$

٢) $ح_{١} = ١$ ، $ح_{٥} = ٩$

$جـ_{٥} = \frac{٥}{٢} (١ + ٩) = ٢٥$

التدريب (٢)

د = ٢ ، $جـ_{٢٠} = ٤٠$

$٤٠ = \frac{٢٠}{٢} (٢ أ + (٢٠ - ١) \times ٢)$

$\therefore$ أ = -١٧

الأسئلة

١)

أ) $ح_{١} = ١$ ، $ن = ١٠٠$ ، $ح_{١٠٠} = ١٠٠$

$جـ_{١٠٠} = \frac{١٠٠}{٢}(١ + ١٠٠) = ٥٠٥٠$

ب) $ح_{١} = ٢١$ ، $ح_{٢٢} = -٢١$

$جـ_{٢٢} = \frac{٢٢}{٢}(٢١ + -٢١) = ٠$

جـ) $ح_{١} = ٣$ ، $ح_{١٢} = ٢٥$

$جـ_{١٢} = \frac{١٢}{٢}(٣ + ٢٥) = ١٦٨$

٢) $أ = ١١$ ، $د = -٢$ ، $جـ_{ن} = ٢٠$

$٢٠ = \frac{ن}{٢}(٢ \times ١١) + (ن - ١) \times -٢)$

$٢ن^{٢} - ٢٤ن + ٤٠ = ٠$ ⟵ $ن = ٢$ ، أو $ن = ١٠$

٣) $د = ٣$ ، $جـ_{١٠} = ١٢٦$

$١٢٦ = \frac{١٠}{٢}(٢أ + ٩ \times ٣)$ ⟵ $أ = -٠,٩$

٤) $(أ - د) + أ + (أ + د) = ١٢$ ⟵ $أ = ٤$

$(أ - د) \times أ \times (أ + د) = ٢٨$

$(٤ - د) \times ٤ \times (٤ + د) = ٢٨$ ⟵ $د = -٣$ ، أو $د = ٣$

عندما $د = -٣$ ، فإن الأعداد هي: ٧ ، ٤ ، ١

عندما $د = ٣$ ، فإن الأعداد هي: ١ ، ٤ ، ٧

٥) $ن = ٢٠$ ، $أ = ١٤$ ، $د = ٢$

$جـ_{٣} = ٤٨$ (مقاعد أعضاء مجلس الآباء والمعلمين)

$جـ_{٢٠} = ٦٦٠$ (مجموع عدد المقاعد)

عدد مقاعد الطلبة = $جـ_{٢٠} - جـ_{٣} = ٦٦٠ - ٤٨ = ٦١٢$

٦) $١٠٠ = \frac{ن}{٢}(٢ \times ٤ + (ن - ١) \times ٨)$ ⟵ $ن = ٥$ ، -٥ تهمل؛ لأن الزمن موجب.

أولًا: المتتالية الهندسية. | **عدد الحصص:** ثلاث حصص.

النتاجات

- يتعرف مفهوم المتتالية الهندسية، ويميزها من غيرها.
- يجد الحد العام لمتتالية هندسية.
- يجد عدد حدود متتالية هندسية منتهية.
- يستخدم المتتالية الهندسية في حل مسائل عملية.
- يعي أهمية المتتالية الهندسية في واقع حياته.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متتالية هندسية، أساس المتتالية (ر)، الحد الأول (أ)، الحد العام $ح_ن$.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٥٤-١٥٩).

التعلم القبلي

مفهوم المتتالية، الحد العام للمتتالية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (العمل في الكتاب المدرسي)، التعلم في مجموعات (تدريب زميل، فكر – انتقِ زميلًا – شارك)، التفكير الناقد.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية الحسابية وكيفية تمييزها عن غيرها من المتتاليات.

٢ – التوضيح للطلبة أنهم سيتعرفون نوعًا من المتتاليات يسمى المتتالية الهندسية، ثم كتابة العنوان على اللوح.

٣ – تشويق الطلبة لتعلم الدرس الجديد، ببيان أهميته الكبيرة في الحياة، وتوفيره الوقت والجهد، بإيجاد حلول للمواقف والمشكلات الحياتية التي يواجهونها.

٤ – كتابة المتتالية: ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨ على اللوح، ثم توجيه الأسئلة الآتية إلى الطلبة:

- هل هذه المتتالية حسابية أم لا ؟ لماذا؟
- ما العلاقة بين كل حدين متتالين؟
- هل تنطبق هذه العلاقة على جميع الحدود؟

٥ – التوضيح للطلبة أن هذا النوع من المتتاليات يسمى المتتالية الهندسية، ثم كتابة التعريف بخط واضح على اللوح، وتحديد الحد الأول ورمزه، والأساس ورمزه.

٦ – بيان طريقة تمييز المتتالية الهندسية من غيرها بذكر أمثلة متنوعة يكون فيها الأساس عددًا صحيحًا موجبًا، وعددًا صحيحًا سالبًا، وكسرًا موجبًا أو سالبًا، وعددًا ثابتًا.

٧ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٨ – كتابة مثال على متتالية هندسية (مثل : ٢، ٦، ١٨، ٥٤)، ثم سؤال الطلبة:
كيف نجد الحد الخامس أو الحد السادس؟

٩ – تذكير الطلبة بسهولة حساب ذلك، ولكن، ماذا لو كان المطلوب إيجاد قيمة حد رتبته كبيرة؟ ثم لفت انتباههم إلى أن ذلك يحتاج إلى وقت وجهد كبيرين؛ لذا لا بد من وجود قانون لذلك.

١٠ – استقصاء الحد العام للمتتالية الهندسية بمشاركة الطلبة كما هو مبين في الكتاب المدرسي.

١١ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) باستخدام استراتيجية (فكر – انتقِ زميلًا – شارك).

١٢ – سؤال الطلبة عن عدد الأعداد التي تقبل القسمة على (٣)، والتي تنحصر بين العددين (٢)، و(١٠٠).

١٣ – إشراك الطلبة في حل السؤال من دون استخدام الحد العام للمتتالية الهندسية.

١٤ – تذكير الطلبة بالوقت والجهد المبذولين لحل هذا السؤال، ثم حله باستخدام الحد العام .

١٥ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٣)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٣) بصورة فردية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٦ – إبراز أهمية الرياضيات المتمثلة في ارتباطها بالواقع، ولفت انتباه الطلبة إلى أهمية المتتالية الهندسية في حل مسائل واقعية.

١٧ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٤)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٤) بصورة فردية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٨ – مناقشة الطلبة في المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس.

١٩ – تعيين واجب بيتي للطلبة يتضمن حل السؤالين (١)، و(٢) من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- استعراض المفاهيم والتعميمات الوارد ذكرها في الدرس.
- استخدام أداة التقويم: الاختبار القصير (٤–٥).

أخطاء شائعة

- قد يخطئ بعض الطلبة عند تطبيق قانون الحد العام للمتتالية الهندسية من دون التأكد أنها هندسية.

الفروق الفردية

علاج

- استخدم استراتيجية (أين الخطأ) في حل السؤال الآتي:

قال محمد: إن الحد السادس في المتتالية: ٢، ١٠، ٥٠، ٢٥٠، ١٠٠٠ هو ٥٠٠٠ بصورة مؤكدة. هل تؤيد محمد في ما يقول؟ برِّر إجابتك.

إثراء

- هاتِ مثالًا على متتالية تسمى حسابية وهندسية في آنٍ معًا.

الحل:

٥، ٥، ٥، أو أي مثال آخر.

- إذا كانت الحدود الثلاثة الأولى في متتالية هندسية هي: أ – ١ ، أ + ٣، ٣ أ + ١، حيث أ عدد صحيح موجب، فجد قيمة الحد الرابع في المتتالية.

الحل:

الحد الرابع هو ٣٢

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، الورقة والقلم.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٣)، الاختبار القصير.

إجابات التدريبات والأسئلة

التدريبات

التدريب (١)

١) هندسية؛ لأن: $\frac{٥٠٠}{٥٠٠٠} = \frac{٥٠}{٥٠٠} = \frac{٥}{٥٠}$

٢) هندسية؛ لأن: $\frac{٣}{١} = \frac{٩}{٣} = \frac{٢٧}{٩}$

٣) ليست هندسية؛ لأن: $\frac{٣٢}{٦٤} \neq \frac{٢٨}{٣٢}$

٤) ليست هندسية؛ لأن: $\frac{١٠}{٥} \neq \frac{١٥}{١٠}$

التدريب (٢)

١) أ = ٣ ، ر = ٣ ، $ح_{٥} = ٣ \times (٣)^{٤} = ٢٤٣$

٢) أ = ٢٠٠ ، ر = $\frac{١}{٢}$ ، $ح_{٥} = ٢٠٠ \times (\frac{١}{٢})^{٤} = ١٢,٥$

التدريب (٣)

١) أ = ١ ، ر = ٣ ، ن = ؟

$٢٤٣ = ١ \times (٣)^{ن-١}$

بما أن $٢٤٣ = (٣)^{٥}$ ، فإن ٥ = ن − ١ ⟵ ن = ٦

٢) أ = $\frac{١}{٢}$ ، ر = $\frac{١}{٢}$

$\frac{١}{٢٥٦} = \frac{١}{٢} \times (\frac{١}{٢})^{ن-١}$

$(\frac{١}{٢})^{٨} = (\frac{١}{٢})^{ن}$ ⟵ ن = ٨

التدريب (٤)

المبلغ (١٠٠٠٠) دينار، الفائدة المركبة ٤٪ تضاف سنويًّا،

$ح_{٦}$ = ؟؟

$أ = ح_{١} = ١٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠ \times ٠,٠٤ = ١٠٤٠٠$

ر = ١,٠٤

$ح_{٦} = ١٠٤٠٠ \times (١,٠٤)^{٥}$

الأسئلة

١)

أ) هندسية؛ لأن: $\frac{٠,٠٣}{٠,٠٠٣} = \frac{٠,٣}{٠,٠٣} = \frac{٣}{٠,٣}$

ب) هندسية؛ لأن: $\frac{٤}{١} = \frac{١٦}{٤} = \frac{٦٤}{١٦}$

جـ) هندسية؛ لأن: $\frac{\frac{١}{٣}}{١} = \frac{\frac{١}{٩}}{\frac{١}{٣}}$

د) ليست هندسية؛ لأن: $\frac{٩}{٤} \neq \frac{٤}{١}$

٢)

أ) أ = ٣ ، ر = ٢

$ح_{١٠} = ٣ \times (٢)^{٩}$

$ح_{٥٠} = ٣ \times (٢)^{٤٩}$

ب) $\frac{١}{٥}$ ، ر = − ١

$ح_{١٠} = \frac{١}{٥} \times (-١)^{٩} = -\frac{١}{٥}$

$ح_{٥٠} = \frac{١}{٥} \times (-١)^{٤٩} = -\frac{١}{٥}$

٣)

أ) ١ ، ٢ ، ٤ ، ...

ب) $ح_{ن} = (٢)^{ن-١}$

جـ) $ح_{٤} = ٢^{٣} = ٨$ ، $ح_{٥} = ٢^{٤} = ١٦$

٤)

أ = ١٢٨ ، ر = ٢

$ح_{٩} = ١٢٨ \times (٢)^{٨}$

٥)

أ) ٣ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٣}{٢٥}$ ، $\frac{٣}{١٢٥}$

ب) ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢

٦)

أ = ١٢٨ ، ر = $\frac{١}{٢}$

أ) $ح_{٦} = ١٢٨(\frac{١}{٢})^{٥} = \frac{١٢٨}{٣٢} = ٤$

ب) المجال هو رقم الجولة: {١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}.

٧)

$ح_{١} = ٢$ ، $ح_{٢} = ٢ \times ١,٠٥$

$ح_{١٠} = ٢ \times (١,٠٥)^{٩}$

ثانيًا: مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية.

عدد الحصص: ثلاث حصص.

النتاجات

- يجد مجموع متسلسلة هندسية منتهية.
- يستخدم مجموع متسلسلة هندسية منتهية في حل مسائل حسابية تتضمن الربح المركب والقيمة الحالية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متسلسلة هندسية، مجموع متسلسلة هندسية جـ ن.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٦٠-١٦٤).

التعلم القبلي

مفهوم المتتالية الهندسية، الحد العام للمتتالية الهندسية.

استراتيجيات التدريس

التعلم عن طريق النشاط (الرواية)، التعلم في مجموعات (فكر – انتقِ زميلًا – شارك)، التفكير الناقد.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مفهوم المتتالية الهندسية، وكيفية تمييزها عن غيرها من المتتاليات.

٢ – تشويق الطلبة لتعلم الدرس الجديد، ببيان أهميته الكبيرة في الحياة، وتوفيره الوقت والجهد، بإيجاد حلول للمواقف والمشكلات الحياتية التي يواجهونها.

٣ – سرد القصة الآتية:

أراد محمد بيع عليٍّ سيارته بمبلغ (٦٠٠٠) دينار، ولكنه أخبر عليًّا أنه لا يريد أخذ المبلغ دفعة واحدة، وإنما يريد تقسيطه على (٢٠) شهرًا، بحيث يدفع عليٌّ في الشهر الأول دينارًا واحدًا، وفي الشهر الثاني

دينارين، وفي الشهر الثالث أربعة دنانير، وهكذا يتضاعف المبلغ في كل شهر.

٤ – طرح السؤال الآتي على الطلبة:

لو كنت أنت المشتري، فهل ستوافق على هذا العرض أم لا؟

٥ – توجيه الطلبة إلى حل المسألة بعد توزيعهم إلى مجموعات، ثم مناقشتهم في الإجابات.

٦ – تذكير الطلبة بمقدار الوقت والجهد اللازمين لحل هذه المسألة، ولفت انتباههم إلى وجود قانون لإيجاد المجموع بطريقة سريعة.

٧ – استقصاء قانون مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية كما هو مبين في الكتاب المدرسي.

٨ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٩ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) باستخدام استراتيجية (فكر–انتقِ زميلًا – شارك).

١٠– مناقشة الطلبة في حل المثال (٣)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٣) بصورة فردية، ثم الطلب إلى كل منهم مقارنة إجابته بإجابة زميله الذي بجانبه.

١١– إبراز أهمية الرياضيات المتمثلة في ارتباطها بالواقع، وتنبيه الطلبة لأهمية المتتالية الهندسية في حل مسائل واقعية.

١٢– مناقشة الطلبة في حل المثال (٤)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٤) بصورة فردية، ومتابعتهم في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

١٣– استخدام استراتيجية (فكر–انتقِ زميلًا – شارك) في حل نشاط (فكر).

١٤– مناقشة الطلبة في المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس.

١٥– تعيين واجب بيتي للطلبة يتضمن حل السؤالين (١)، و(٢) من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- استعراض المفاهيم والتعميمات الوارد ذكرها في الدرس.
- استخدام أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٣).

أخطاء شائعة

قد لا يميز بعض الطلبة بين مجموع حدود المتسلسلة وقيمة الحد الأخير فيها.

علاج

- استخدم استراتيجية (أين الخطأ) في حل السؤال الآتي:

أراد أحمد شراء دراجة هوائية ثمنها (٧٥) دينارًا، وقد وفَّر في اليوم الأول (٥) دنانير، وفي اليوم الثاني (١٠) دنانير، وفي اليوم الثالث (٢٠) دينارًا، وفي اليوم الرابع (٤٠) دينارًا. هل ما وفَّره أحمد يكفي لشراء الدراجة أم لا؟ برِّر إجابتك.

إثراء

- إذا كان مجموع أول (٤) حدود من متسلسلة هندسية هو (٥٢٠)، ومجموع أول (٥) حدود هو (٨٤٠)، ومجموع أول (٦) حدود هو (١٤٨٠)، فجد أساس المتسلسلة، وحدها الأول.

الحل

أ = ٢٠ ، ر = ٢

- فاز أحمد في مسابقة عالمية، وكانت جائزته اختيار أحد العروض الآتية:

العرض الأول: (١٠٠) دينار شهريًّا مدَّة عام.

العرض الثاني: (٨٠) دينارًا في الشهر الأول، وزيادة نسبتها ٥٪ في كل شهر مدَّة عام.

العرض الثالث: (١١٠٠) دينار في بداية العام، وبفائدة سنوية مقدارها ١٢٪ تضاف شهريًّا.

بناءً على دراستك مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية، كيف تساعد أحمد على اختيار العرض الأفضل؟

الحل

العرض الأول : ١٠٠ × ١٢ = ١٢٠٠ دينار.

العرض الثاني: ٨٠، ٨٤، ٨٨,٢ ، ر = ١,٠٥

$$\text{جـ}_{١٢} = \frac{٨٠\,(١,٠٥^{١٢} - ١)}{(١,٠٥ - ١)} \approx ١٢٧٣ \text{ دينارًا.}$$

العرض الثالث: $\text{جـ}_{١٢} = ١١٠٠\,(١ + \frac{٠,١٢}{١٢})^{١٢} = ١٢٣٩,٥$ دينارًا.

∴ العرض الثاني هو الأفضل.

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، مراجعة الذات.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤-٣)، بطاقة الخروج (١-٩).

التدريبات

التدريب (١)

١) أ = ٨١ ، ر = $\frac{١}{٣}$ ، ن = ٤

$$جـ_{٤} = \frac{٨١\left(١ - (\frac{١}{٣})^{٤}\right)}{١ - \frac{١}{٣}} = ١٢٠$$

٢) أ = ٤ ، ر = ١ ، ن = ٥٠

$$جـ_{٥٠} = ٤ \times ٥٠ = ٢٠٠$$

التدريب (٢)

١) ٧

٢) ٤ ≈

التدريب (٣)

$$\frac{٨١ \times ٢٤٢}{٢}$$

التدريب (٤)

١) $جـ = م(١ + \frac{ر}{ن})^{ن \times ت}$

$$٥٠٠٠٠ = م(١ + \frac{٠,٠٨}{٢})^{٢}$$

$$م = ٥٠٠٠٠ \times (\frac{٢}{٢,٠٨})^{٢}$$

٢) $جـ = ٤٠٠٠(١ + \frac{٠,١١}{٥})^{٥ \times ٢}$

$$= ٤٠٠٠ \times (\frac{٥,١١}{٥})^{١٠}$$

الأسئلة

١)

أ) $جـ_{٥} = \frac{١٢٨(١ - ٤^{٥})}{١ - ٤} = \frac{١٢٨}{٣} \times (١ - ٤^{٥})$

ب) $جـ_{٦} = \frac{١(١ - ٣^{٦})}{١ - ٣} = \frac{١}{٢} \times (١ - ٣^{٦})$

جـ) $جـ_{٧} = \frac{٠,١(١ - ٤^{٧})}{١ - ٤} = \frac{١}{٣٠} \times (١ - ٤^{٧})$

٢)

أ) المتسلسلة هندسية، حدودها: ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ،...

أ = ١ ، ر = ٢

$$جـ_{٩} = \frac{١(٢^{٩} - ١)}{٢ - ١} = (٢^{٩} - ١) = ٥١١$$

ب) أ = ٥ ، ر = ٣

$$جـ_{٦} = \frac{٥(٣^{٦} - ١)}{٢ - ١}$$

٣) أ $= -\frac{٣}{٤}$ ، ر $= \frac{-١}{٢}$

$$جـ_{٥} = \frac{-\frac{٣}{٤}\left((-\frac{١}{٢})^{٥} - ١\right)}{١ - \frac{-١}{٢}} = \frac{-٣٣}{٦٤}$$

٤) $جـ_{٨} = ٣٩٦٣٠$ ، ر = ٤ ، أ = ؟؟

$$٣٩٦٣٠ = \frac{أ(٤^{٨} - ١)}{٤ - ١}$$ ، ومنه: أ ≈ ١,٨

٥) كمية الماء المتبقية نهاية اليوم الأول $= \frac{٣}{٤} \times ٢٧ = ١٨ =$ أ

ر $= \frac{٢}{٣}$

$$ح_{٥} = ١٨ \times (\frac{٢}{٣})^{٤} = ١٨ \times \frac{١٦}{٨١} = \frac{٣٢}{٩}$$ م^{٣}

٦) أ = ١ ، ر = −٣ ، $جـ_{ن} = -١٨٢$ ، ن = ؟؟

$$-١٨٢ = \frac{١((-٣)^{ن} - ١)}{-٣ - ١}$$

$$(-٣)^{ن} - ١ = ٧٢٨$$

$$(-٣)^{ن} = ٧٢٩$$

$$(-٣)^{ن} = (-٣)^{٦}$$

ن = ٦

ثالثًا: مجموع المتسلسلة الهندسية غير المنتهية.

عدد الحصص: ثلاث حصص.

النتاجات

- يجد مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية (إن أمكن).
- يستخدم مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية في حل مسائل عملية.

المفاهيم والمصطلحات والرموز

متسلسلة هندسية غير منتهية، مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية جـن.

التكامل الرأسي

- كتاب الرياضيات، الصف الثامن، الأنماط.

مصادر التعلم

- الكتاب المدرسي، الصفحات (١٦٥- ١٦٨).

التعلم القبلي

مجموع متسلسلة هندسية منتهية.

استراتيجيات التدريس

التدريس المباشر (الأسئلة والأجوبة)، التعلم في مجموعات (المناقشة، فكر – انتقِ زميلًا – شارك)، التفكير الناقد.

إجراءات التنفيذ

التمهيد

١ – مراجعة الطلبة في مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية.

٢ – تشويق الطلبة لتعلم الدرس الجديد، ببيان أهميته الكبيرة في الحياة، وتوفيره الوقت والجهد، بإيجاد حلول للمواقف والمشكلات الحياتية التي يواجهونها.

٣ – مناقشة الطلبة في المسألة الوارد ذكرها في بداية الدرس.

٤ – توضيح قانون إيجاد مجموع متسلسلة هندسية غير منتهية، وشروط إيجاد مجموعها.

٥ – مناقشة الطلبة في حل المثال (١)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (١) ضمن مجموعات ثنائية، ومتابعتهم

في هذه الأثناء، وتقديم التغذية الراجعة لهم.

٦ – مناقشة الطلبة في حل المثال (٢)، ثم الطلب إليهم حل التدريب (٢) باستخدام استراتيجية (فكر–انتقِ زميلًا – شارك).

٧ – تعيين واجب بيتي للطلبة يتضمن حل السؤالين (١)، و(٢) من أسئلة الدرس، ثم حل بقية الأسئلة في الحصة اللاحقة.

ختم الدرس

- استعراض المفاهيم والتعميمات الوارد ذكرها في الدرس.
- استخدام أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٣).

أخطاء شائعة

قد لا ينتبه بعض الطلبة لشرط الأساس عند تطبيق القانون.

الفروق الفردية

علاج

- هل يمكن إيجاد مجموع الأعداد الزوجية جميعها؟

إثراء

- متتالية هندسية لا نهائية، ثلاثة أمثال حدها الثالث تساوي مثلي مجموع الحدود التالية له، جد أساس المتتالية.

الحل

$$٣ أ_{ر}^{٢} = ٢(أ_{ر}^{٣} + أ_{ر}^{٤} + أ_{ر}^{٥} + ...)$$

$$٣ أ_{ر}^{٢} = ٢ (أ_{ر}^{٣}) / (١ - ر)$$

$$٣ - ٣ ر = ٢ ر$$

$$\therefore ر = \frac{٣}{٥}$$

استراتيجيات التقويم وأدواته

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء، الورقة والقلم.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤–٣)، اختبار قصير في الوحدة.

التدريبات

التدريب (١)

١) أ = ١٠ ، ر = ٠,٢ < ١ (يمكن إيجاد مجموع المتسلسلة)

$$جـ_{\infty} = \frac{١٠}{١ - ٠,٢} = \frac{١٠}{٠,٨} = \frac{١٠٠}{٨}$$

٢) $أ = \frac{٣}{٢}$ ، $ر = \frac{١}{٢} < ١$ ، $جـ_{\infty} = \frac{\frac{٣}{٢}}{١ - \frac{١}{٢}} = ٣$

التدريب (٢)

$$٠,\overline{٥٤٧} = ٠,٥٤٧٥٤٧٥٤٧ \ldots$$

$$= \frac{٥٤٧}{١٠٠٠} + \frac{٥٤٧}{١٠٠٠٠٠٠} + \frac{٥٤٧}{١٠٠٠٠٠٠٠٠٠} + \ldots$$

$$= \frac{٥٤٧}{١٠٠٠}\left(١ + \frac{١}{١٠٠٠} + \frac{١}{١٠٠٠٠٠٠} + \ldots\right)$$

$أ = ١$ ، $ر = \frac{١}{١٠٠٠} = ٠,٠٠١$

$$جـ = \frac{٥٤٧}{١٠٠٠} \times \frac{١}{١ - ٠,٠٠١} = \frac{٥٤٧}{٩٩٩}$$

الأسئلة

١)

أ) ممكن؛ لأن $|ر| = \frac{١}{٢} < ١$

ب) غير ممكن؛ لأن $|ر| = ٣ < ١$

جـ) غير ممكن؛ لأن $|ر| = ٣ < ١$

٢)

أ) $جـ_{ن} = \frac{٢٤}{١ - \frac{-١}{٢}} = \frac{٢٤}{\frac{٣}{٢}} = \frac{٤٨}{٣}$

ب) غير ممكن. جـ) غير ممكن. د) غير ممكن.

٣)

أ) $٠,٤ = \frac{٤}{١٠} + \frac{٤}{١٠٠} + \frac{٤}{١٠٠٠} + ... = \frac{٤}{١٠}(١ + \frac{٤}{١٠} + \frac{١}{١٠٠} + ...) = \frac{٤}{٩}$

ب) $\frac{٤٠٥}{٩٩٩}$ جـ) $\frac{٢٥}{٩٩}$

٤)

$ر = \frac{١}{٢}$ ، $جـ = ٣٠٠$ ، $أ = ؟؟$

$٣٠٠ = \frac{أ}{١ - \frac{١}{٢}} \longleftarrow أ = ١٥٠$

٥)

$جـ = \frac{١٨}{١ - \frac{١}{٢}} = \frac{١٨}{\frac{١}{٢}} = ٢٦$

٦)

المسافات المقطوعة في أثناء السقوط إلى الأسفل:

$٣٠ + ٣٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠} + ٣٠ \times (\frac{٦٠}{١٠٠})^{٢} + ... = \frac{٣٠}{١ - \frac{٦}{١٠}} = ٧٥$ مترًا.

مجموع المسافات المقطوعة التي قطعها في أثناء الارتداد إلى الأعلى:

$٣٠ \times \frac{٦}{١٠} + ٣٠ \times (\frac{٦٠}{١٠})^{٢} + ... = \frac{١٨}{١ - \frac{٦}{١٠}} = ٤٥$ مترًا.

∴ مجموع المسافات في الاتجاهين:

$٧٥ + ٤٥ = ١٢٠$ مترًا.

إجابات أسئلة الوحدة

١)
أ) $ح_{ن} = \frac{٩}{٢^{ن-١}}$ ب) $ح_{ن} = ٢٧ + ٥ - (ن - ١)$

جـ) $ح_{ن} = ٣ \times ٢^{ن-١}$ د) $ح_{ن} = ٣^{ن}$

٢)
أ) ١٠ ، ٥ ، ٠ ، −٥ ، −١٠ ب) ٢٥ ، ٥ ، ١ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٢٥}$

جـ) ١٢ ، ٣٦ ، ١٠٨ ، ٣٢٤ ، ٩٧٢

٣)
أ) المتسلسلة حسابية ، $جـ_{٤٥} = ٢٠٢٥$

ب) المتسلسلة هندسية، أساسها $\frac{٤}{٣}$ ، لكنها غير منتهية، ولا يمكن جمع حدودها.

جـ) المتسلسلة هندسية منتهية: أ = ١ ، ر = ٢ ، ومنه: $جـ_{٨} = ٢٥٥$

د) المتسلسلة هندسية غير منتهية، أساسها $\frac{١}{٢}$ ، جـ = ١

٤)
المتتالية الحسابية : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

المتتالية الهندسية : ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢

٥)
أ = ٥٧

$ح_{٥} = ٣٧ = ٥٧ + ٤د$ ، ومنه: د = −٥

المتتالية هي: ٥٧ ، ٥٢ ، ٤٧ ، ٤٢ ، ٣٧

٦)
أ = ١٢٨

$ح_{٥} = ١٢٨ \times ر^{٢} = ٨$ ، ومنه: ر = $\frac{١}{٢}$

المتتالية هي: ١٢٨ ، ٦٤ ، ٣٢ ، ١٦ ، ٨

٧)
$\overline{٤١} = \frac{٤١}{٩٩}$

٨)
أ) ٥٠٠٠ = ٤٠٠٠ + ١٠٠ (ن−١)

ن = ١١ سنة.

ب) $٥٠٠٠ ن = \frac{ن}{٢} (٨٠٠٠ + ١٠٠ (ن-١))$، ومنه: ن = ٢١ سنة.

٩)

م = ١٠٠٠ ن = ٥ ف = ٣٪

$ح_١ = ١٠٠٠ + \frac{٣}{١٠٠} (١٠٠٠) = ١٠٣٠$

$ح_٥ = ١٠٣٠ \times (١,٠٣)^٤$ إجمالي المبلغ بعد مرور (٥) سنوات.

١٠)

$ح_١ = ٢٥٠٠٠٠ + \frac{٢}{١٠٠} (٢٥٠٠٠٠) = ٢٥٥٠٠٠$

$ح_٣ = ٢٥٥٠٠٠ \times (١,٠٢)^٢$ عدد سكان المدينة بعد (٣) سنوات.

١١)

$ح_١ = ٢٠٠٠٠ - \frac{١٢}{١٠٠} \times ٢٠٠٠٠ = ١٧٦٠٠$

$ح_٥ = ١٧٦٠٠ \times (\frac{٨٨}{١٠٠})^٤$ قيمة السيارة بعد مرور (٥) سنوات.

١٢)

متتالية هندسية $ح_٧ = ١٤ \times (٢)^٦ = ٨٩٦$ عدد البكتيريا بعد مضي ساعة.

١٣)

متتالية حسابية:

$٦ = أ + (ن - ١) د$

$٦ = ١٢ - \frac{٣}{٤} (ن - ١)$ ⟵ ن = ٩

تبقى نصف الكمية في نهاية اليوم الثامن.

١٤)

المتتالية: ٤٨ ، ٤٦ ، ٤٤ ، ...

$٤٩٠ = \frac{ن}{٢} (٢ \times ٤٨ + -٢ (ن-١))$

$ن^٢ - ٤٩ن + ٤٩٠ = ٠$

ن = ١٤ ، ٣٥ (تهمل؛ لأن المبلغ يصبح سالبًا).

١٥)

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦
رمز الإجابة الصحيحة	د	د	جـ	د	جـ	ب

ورقة العمل (٤-١): الحد العام للمتتالية الحسابية.

ادرس المتتالية: ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

١ – ما قيمة الحد الأول $ح_{١}$؟

٢ – ما قيمة الأساس د؟

٣ – ما صحة العبارة الآتية: قيمة الحد الثاني $ح_{٢} = ح_{١} + د$؟

٤ – ما صحة العبارة الآتية: قيمة الحد الثالث $ح_{٣} = ح_{١} + ٢د$؟

٥ – ما صحة العبارة الآتية: قيمة الحد الرابع $ح_{٤} = ح_{١} + ٣د$؟

بناءً على ذلك، أكمل ما يأتي:

$ح_{٥} = ح_{١} + ... د$.

$ح_{٦} = ح_{١} + ... د$.

ماذا تستنتج؟

هل $ح_{١٠} = ح_{١} + ٩د$؟

جد الحد العشرين $ح_{٢٠}$

استراتيجية التقويم: الملاحظة.

أداة التقويم: قائمة الرصد (٤-١).

الرقم	اسم الطالب	يكتب المتسلسلة المرتبطة بمتتالية ما.		يستخدم رمز المجموع للتعبير عن المتسلسلة المرتبطة بالمتتالية.		يجد حدود متسلسلة عُبِّر عنها باستخدام رمز المجموع.		يجد مجموع متسلسلة عُبِّر عنها باستخدام رمز المجموع.		يحل مسائل عملية باستخدام درس المتسلسلة.		المجموع
		نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	

استراتيجية التقويم: التواصل.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤-٢).

الرقم	اسم الطالب	يميز المتتالية الحسابية من غيرها.					يجد الحد العام للمتتالية الحسابية.					يجد عدد حدود متتالية حسابية.					يجد مجموع متسلسلة حسابية.					المجموع
		١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	

(٥) أنجز المهمة بصورة صحيحة دقيقة من دون مساعدة.

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بمساعدة قليلة.

(٢) أنجز المهمة بمساعدة كبيرة.

(١) لم ينجز المهمة.

استراتيجية التقويم: التقويم المعتمد على الأداء.

أداة التقويم: سلم التقدير (٤-٣).

الرقم	اسم الطالب	يميز المتتالية الهندسية من غيرها.					يجد الحد العام للمتتالية الهندسية.					يجد عدد حدود متتالية هندسية.					يجد مجموع متسلسلة هندسية.					المجموع
		١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	٥	

(٥) أنجز المهمة بصورة صحيحة دقيقة من دون مساعدة.

(٤) أنجز المهمة بصورة صحيحة من دون مساعدة.

(٣) أنجز المهمة بمساعدة قليلة.

(٢) أنجز المهمة بمساعدة كبيرة.

(١) لم ينجز المهمة.

استراتيجية التقويم: الورقة والقلم.

أداة التقويم: الاختبار القصير.

١) أي المتتاليتين الآتيتين هندسية:

أ) ٥ ، ٢٠ ، ٨٠ ، ٣٠٠

ب) −٥ ، ١٠ ، −٢٠ ، ٤٠؟

٢) جد عدد حدود المتتالية الهندسية الآتية:

٢، ٦، ١٨، ... ، ٤٣٧٤

٣) جد الحد السابع عشر في المتتالية الآتية:

٢، ٤ ، ٨، ...

قائمة المراجع

أولًا: المراجع العربية

١ – إدارة المناهج والكتب المدرسية، **الإطار العام للمناهج والتقويم**، ط(٢)، عمّان، الأردن، ٢٠١٣م.

٢ – إدارة الامتحانات والاختبارات، **استراتيجيات التقويم وأدواته (الإطار النظري)**، عمّان، الأردن، ٢٠٠٤م.

٣ – فريد أبو زينة، **الرياضيات: مناهجها وطرق تدريسها**، مكتبة الفلاح، الكويت، ٢٠٠٣م.

ثانيًا: المراجع الأجنبية

1 - Demona waits and others, **Precalculus**, 7th Edition, 2006.

2 - Smedly and wisemeu, **Mathematecs Standard Level**, 2004.

3 - Fabio Cirrito, **Mathematecs Higher Level (core)**, 3rd Edition, 2007.

4 - Pelme Vollmar and others, **Mathematecs for the International Students**, 2rd Edition.

تم بحمد الله تعالى