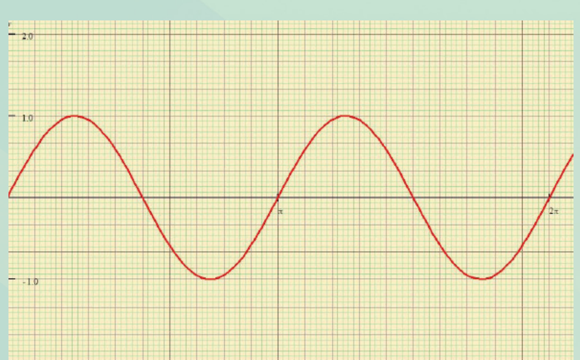
المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

مَلْزَمَةُ
الرياضيات

لِلصَّفِّ الْحَادِّيِّ عَشَر

(للعلميّ والصناعيّ)



مرحلة تعافي ٢

المملكة الأردنية الهاشمية

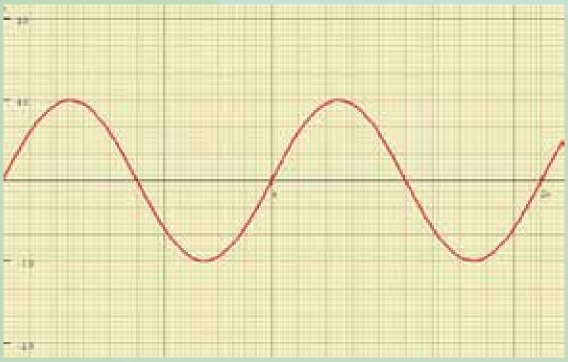
وزارة التربية والتعليم

مَلْزَمَةُ

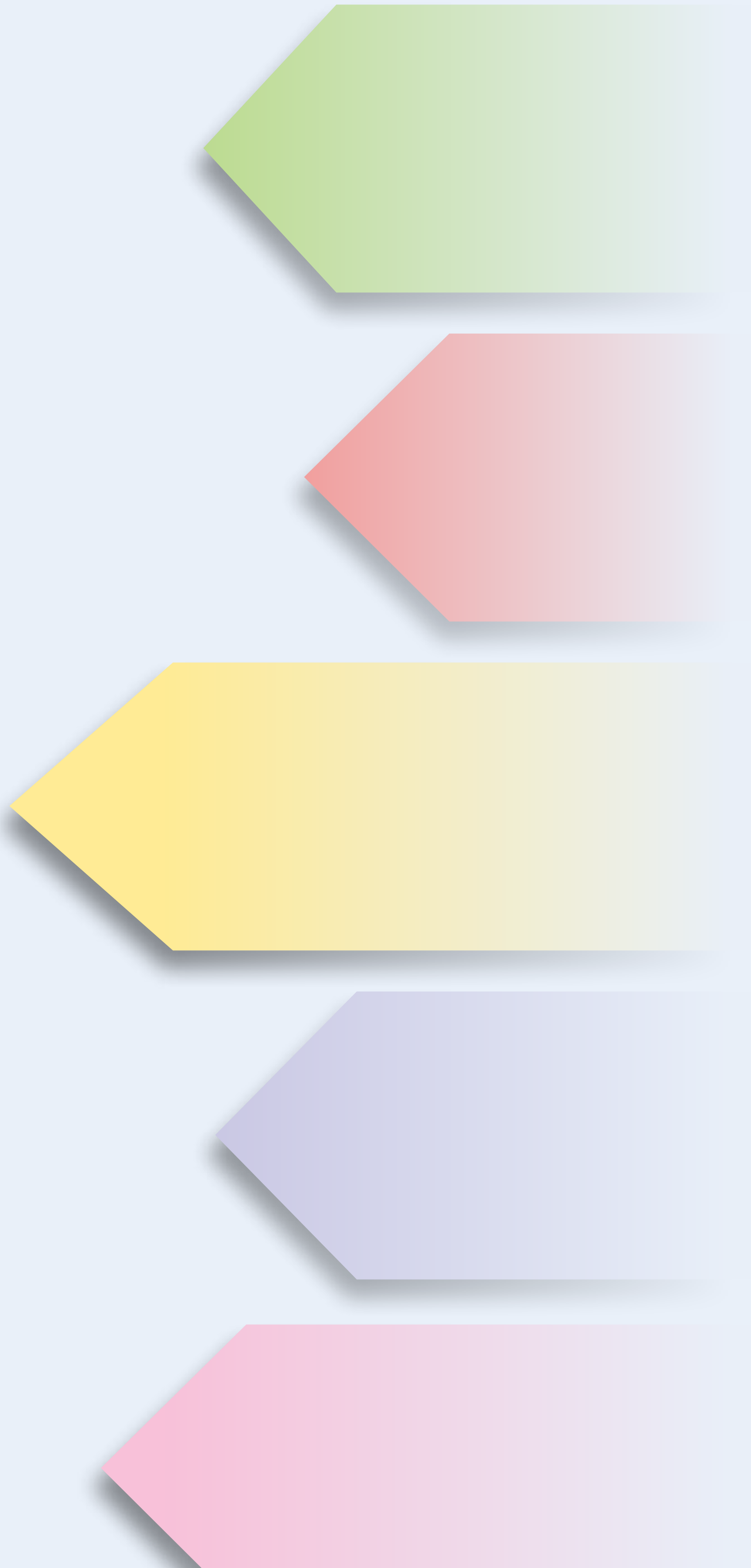
الرياضيات

لِلصَّفِّ الْحَادِّيِّ عَشَر

(للعلميّ والصناعيّ)

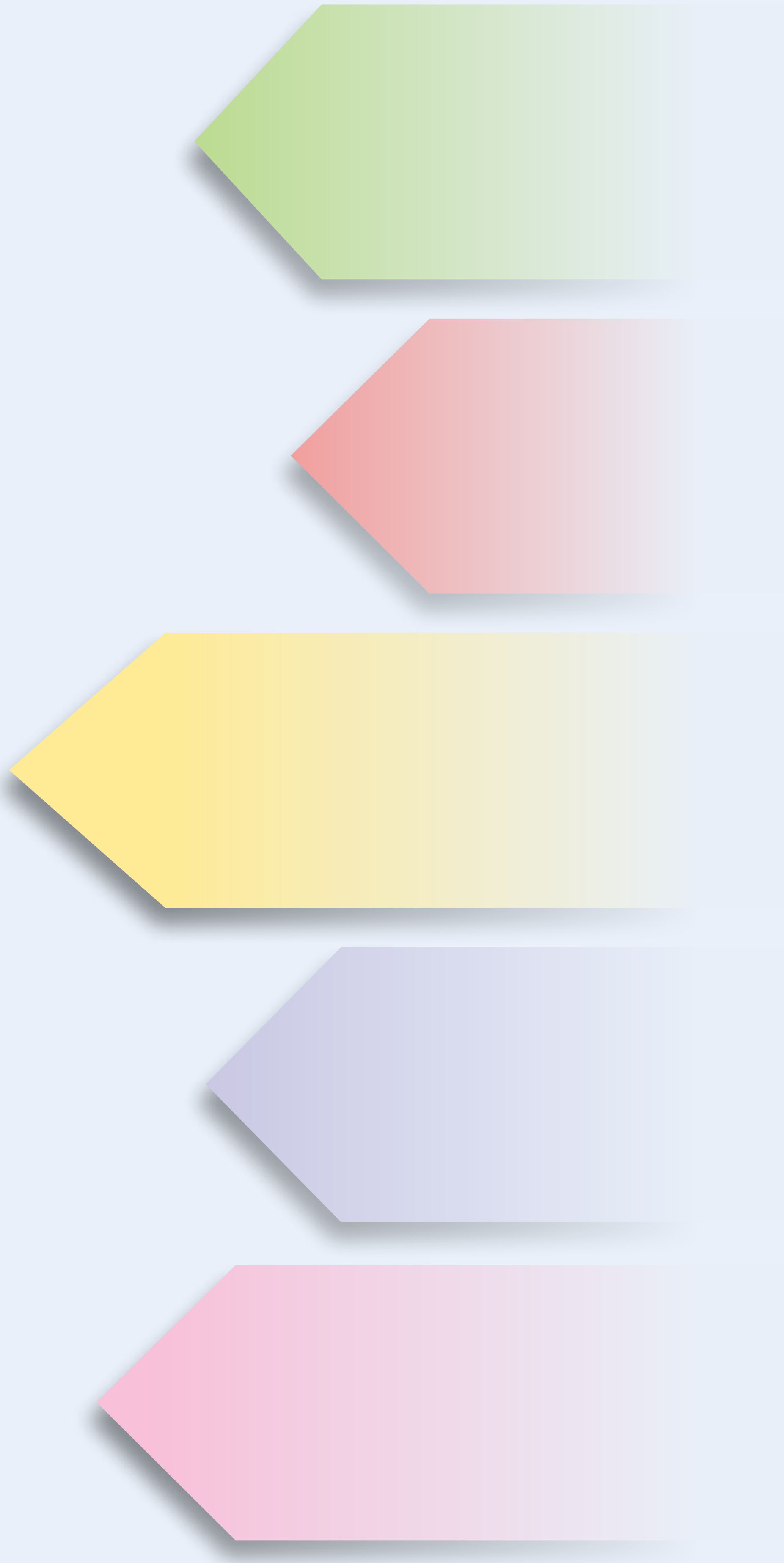


مرحلة تعافي ٢



قائمة المحتويات

الموضوع	الصفحة



المقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

يسرّنا أن نضع بين أيدي أبنائنا الطّلبة هذه الملزمة، كملخّص لأهمّ الأفكار والمفاهيم الرّياضيّة البنائيّة لطلبة الصّفّ الأوّل الثّانوي العلميّ والصناعي، حيث إنّ هذه الملزمة تحوي الأمثلة مع شروحات للحلّ، وتدريب مشابه؛ ليجرّب الطّالب ويقيّم نفسه. وأضفنا إثراءً في نهاية كلّ موضوع؛ لتنمية مهارات التّفكير العليا وتطوير الفهم لدى الطّالب.

وتتضمّن هذه الملزمة الموضوعات الآتية:

١. التّقدير الدّائريّ والاقترانات المثلثيّة.

٢. المتطابقات المثلّثيّة .

٣. المعادلات المثلّثيّة.

٤. الاقترانات والمعادلات الأُسّيّة.

٥. الاقترانات والمعادلات اللوغاريتميّة.

٦. طُرق العِدّ.

الموضوع الأول

التّقدير الدّائريّ والاقترانات المثلثية

أولاً: التقدير الدائري (للعلميّ والصّناعيّ)

لقياس وحدات الطّول يُوجد نظامان عالميّان هما: النّظام المتريّ، ووحدات قياسه، المتر وأجزاؤه ومضاعفاته، والنّظام الإنجليزيّ، ووحداته القدم وأجزاؤه ومضاعفاته، كذلك الزّوايا، يُوجد لها نظامان للقياس هما: **التّقدير الدّائريّ**، و**القياس السّتّينيّ**.

مثال (١)

حوّل الزّاوية $\frac{٢\pi}{٣}$ من التّقدير الدّائريّ إلى القياس السّتّينيّ.

الحل:

$\pi^{د} \leftarrow ١٨٠^{\circ}$

$\frac{٢\pi}{٣} \leftarrow س^{\circ}$

نقوم بالضّرب التّبادليّ

$\Leftarrow \pi س = ١٨٠ \times \frac{٢\pi}{٣}$

بالقسمة على π للطّرفين

$\Leftarrow س = ١٢٠^{\circ}$

تدريب (١)

حوّل الزّاوية $\frac{٣\pi}{٤}$ من التّقدير الدّائريّ إلى القياس السّتّينيّ.

مثال (٢)

حوّل الزّاوية ٢٢٥° من القياس السّتّينيّ إلى التّقدير الدّائريّ.

الحل:

١٨٠°	π د
٢٢٥°	س

نقوم بالضّرب التّبادليّ

$\Leftarrow$ ١٨٠س = ٢٢٥π

بالقسمة على ١٨٠ للطّرفين

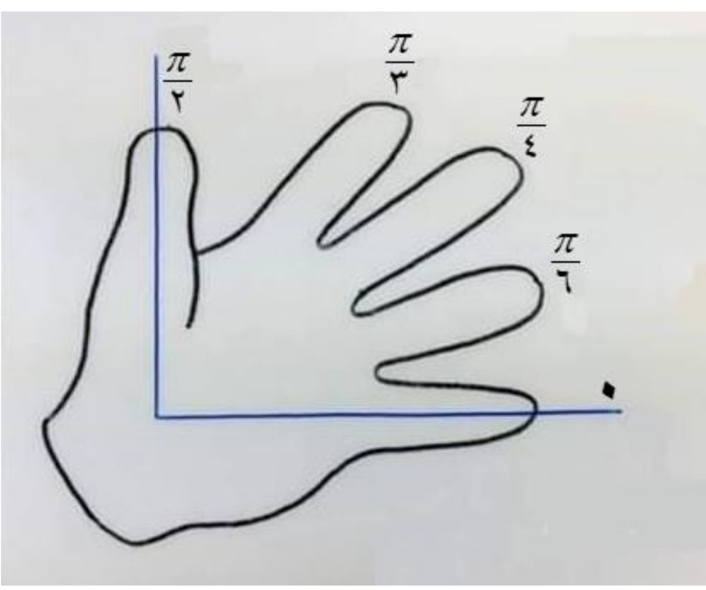
$\Leftarrow$ س = $\frac{٥\pi}{٤}$

تدريب (٢)

حوّل الزّاوية ٣١٥° من القياس السّتّينيّ إلى التّقدير الدّائريّ.

ثانيًا: قوانين الاقترانات المثلّثيّة (للعلميّ والصّناعيّ)

الآن سوف نتعلّم كيف نجد قِيم الجَيب، وجَيب التّمام للزّوايا الخمسة الرّئيسة (٠°، ٣٠°، ٤٥°، ٦٠°، ٩٠°) بواسطة أصابع اليد وذلك حسب الشّكل الآتي:

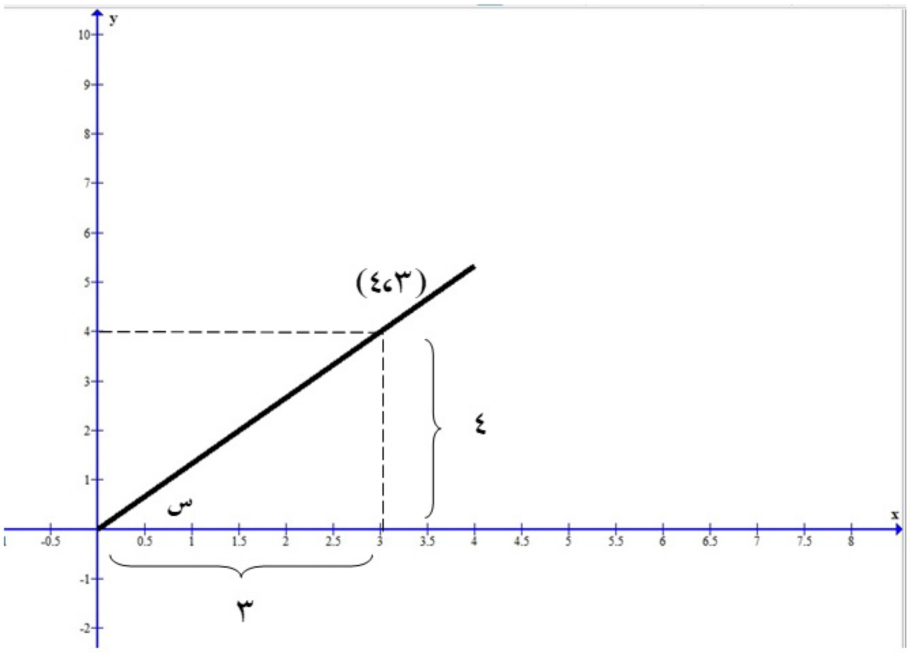


$$\text{جا}\ \theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع تحت الزاوية}}}{٢}$$

$$\text{جتا}\ \theta = \frac{\sqrt{\text{عدد الأصابع فوق الزاوية}}}{٢}$$

مثال (٢)

إذا كان ضلع الانتهاء لزاوية قياسها هـ يمرّ بالنّقطة (٣، ٤) احسب قيمة كلّ ممّا يأتي: جاهـ، جتاهـ، ظاهـ، ظتاهـ، قاهـ، قتاهـ



الحلّ:

حسَب نظريّة فيثاغورس

ص^{٢} = س^{٢} = ر^{٢}

$\Leftarrow$ ١٦ + ٩ = ر^{٢}

$\Leftarrow$ ر^{٢} = ٢٥

$\Leftarrow$ ر = ٥

جاس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٤}{٥}$

جتاس = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٣}{٥}$

ظاس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٤}{٣}$

ظتاس = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{٣}{٤}$

قاس = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{٥}{٣}$

قتاس = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{٥}{٤}$

تدريب (٣)

إذا كان ضلع الانتهاء لزاوية قياسها هـ يمرّ بالنّقطة (−٣ ، −٤) احسب قيمة كل ممّا يأتي: جاهـ، جتاهـ، ظاهـ، ظتاهـ ، قاهـ ، قتاهـ

ثالثًا: اقترانات (الجيب وجيب التّمام والظّلّ) (للعلميّ والصناعيّ)

تعتبر الاقترانات المثلّثية مثالًا على نوع من الاقترانات الّتي تعرف بالاقترانات الدّوريّة

مثال (٣)

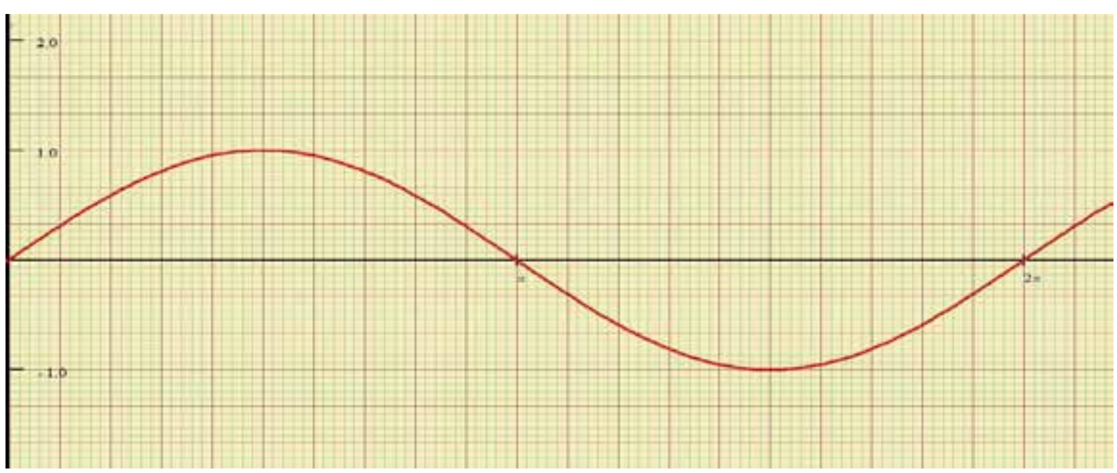
ارسم منحنى الاقتران ق(س) = جاس على الفترة [٠ ، ٢π]

الحلّ:

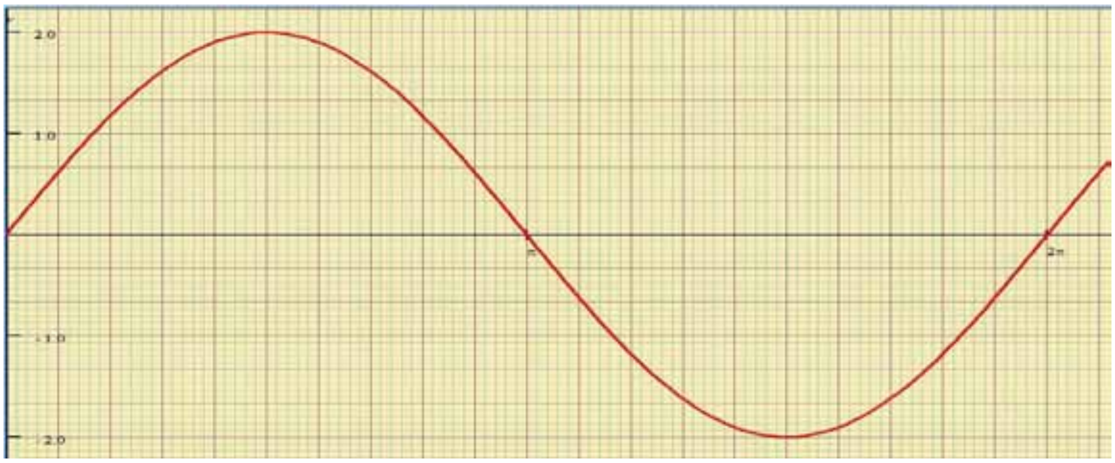
الآن نبدأ بتكوين جدول من أجل التّمثيل البيانيّ كما في الجدول الآتي:

س	٠	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{\pi}{٢}$	$\frac{٣\pi}{٤}$	π	$\frac{٥\pi}{٤}$	$\frac{٣\pi}{٢}$	$\frac{٧\pi}{٤}$	٢π
ق(س)	٠	٠,٧	١	٠,٧	٠	−٠,٧	−١	−٠,٧	٠

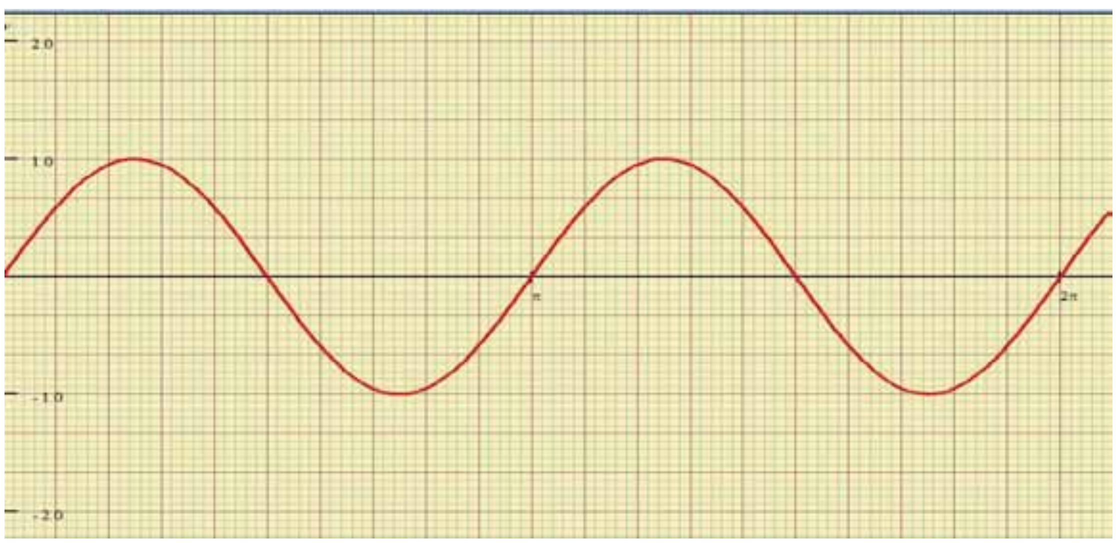
الشّكل الآتي يُوضّح شكل المنحنى



نلاحظ، أنّه إذا كان ق(س) = ٢ جاس، فإنّ الاتّساع للمنحنى قد تضاعف كما في الشّكل الآتي:



كما نلاحظ أنه إذا كان ق(س) =جا $\frac{١}{٢}$ س فإن زمن الدّورة تقلّ للنّصف كما في الشّكل الآتي



تدريب (٤)

منحنى الاقتران ق(س) = جتاس ضمن الفترة [٠، ٢π]

الإثراء

اثبت ان ١ + ظا^{٢} هـ = قا^{٢} هـ

علم المثلّثات وهو أحد فروع الرّياضيات الهندسيّة القديمة، الّتي تهتمّ بقياس أضلاع المثلّث وزواياه، وقد تطوّر هذا العلم عبْرَ العصور، واستُخدم في عدد كبير من المجالات والأبحاث العلميّة، منها: علم الفلك، والملاحة، والمسح، وقد نُظّم علم المثلّثات بواسطة عدد كبير من القوانين والمتطابقات الشّهيرة والدّوالّ؛ لحلّ المعادلات والحسابات العلميّة والرّياضيّة، ويرتكز علم المثلّثات على النّسب المثلّثيّة الّتي وضعها عدد من العلماء، وهي الجيب، وجيب التّمام، والظّلّ، الّتي تُعدّ أساس المتطابقات الشّهيرة جميعها، وقوانين علم المثلّثات، واستُخدم علم المثلّثات في التّنقّل، وحساب المسافات الطّويلة، وطُبّق ضمن علوم: البصريّات، والصّوتيّات، والهندسة، والبناء، ويُعدّ من أهمّ العلوم والفروع الّتي تُدرّس، وتُستخدم في المجالات العلميّة كافّة.

تستخدم متطابقات المجموع (الفرق) لزاويتين؛لإيجاد قيم النّسب المثلّثيّة عند بعض الزّوايا الّتي يمكن كتابتها على صورة حاصل جمع زاويتين،أو الفرق بينهما،إذا علمتَ النّسب المثلّثيّة لكلّ منها (المجموعة الأولى).

إذا كان أ ، ب قياسين لزاويتين فإنَّ :

١) جتا (أ – ب) = جتاأجتا ب + جا أ جا ب

٢) جتا (أ + ب) = جتاأ جتا ب – جا أ جا ب

٣) جا (أ + ب) = جا أجتا ب + جا ب جتا أ

٤) جا (أ – ب) = جا أجتا ب – جا ب جتا أ

٥) ظا (أ – ب) $= \dfrac{\text{ظاأ – ظاب}}{\text{١ + ظاأ ظاب}}$

٦) ظا (أ + ب) $= \dfrac{\text{ظاأ + ظاب}}{\text{١ – ظاأ ظاب}}$

مثال (١)

دون استخدام الآلة الحاسبة، احسب قيمة كلّ ممّا يأتي، إذا علمتَ أنّ:

جتا (٣٠) = جتا (٦٠) = $\frac{١}{٢}$ ، جتا (٣٠) = جا (٦٠) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جا (٤٥) = جتا (٤٥) = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١) جا (١٠٥)، ٢) جتا (١٥) ، ٣) ظا (٧٥)

الحلّ:

١) جا (١٠٥) = جا (٤٥ + ٦٠) ← نبحث عن زاويتين من الزّوايا الخمسة المعروفة، ويكون ناتج جمعهما يساوي (١٠٥).

= جا (٤٥) × جتا (٦٠) + جا (٦٠) × جتا (٤٥) ← استخدام المتطابقة الثالثة من المجموعة الأولى.

= $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

= $\frac{\sqrt{٢}}{٤}$ + $\frac{\sqrt{٦}}{٤}$ = $\frac{\sqrt{٢} + \sqrt{٦}}{٤}$ ← تعويض قيم الاقترانات المثلّثيّة باستخدام أصابع اليد الّتي شُرحتْ في صفحة (٧)، ثمّ عمليّات حسابيّة.

٢) جتا (١٥) = جتا (٤٥ − ٣٠) ← نبحث عن زاويتين من الزّوايا الخمسة المعروفة، ويكون ناتج الفرق بينهما يساوي (١٥).

= جتا (٤٥) × جتا (٣٠) + جا (٤٥) × جا (٣٠) استخدام المتطابقة الاولى من المجموعة الاولى.

= $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

= $\frac{\sqrt{٦}}{٤}$ + $\frac{\sqrt{٢}}{٤}$ = $\frac{\sqrt{٦} + \sqrt{٢}}{٤}$ ← تعويض قيم الاقترانات المثلّثيّة باستخدام أصابع اليد الّتي شُرحتْ في صفحة (٧)،ثمّ عمليّات حسابيّة.

٣) ظا (٧٥) = ظا (٤٥ + ٣٠) ← نبحث عن زاويتين من الزّوايا الخمسة المعروفة، ويكون ناتج جمعهما يساوي (٧٥).

= $\frac{\text{ظا (٤٥) + ظا (٣٠)}}{\text{١ − ظا (٤٥) × ظا (٣٠)}}$ ← استخدام المتطابقة السّادسة من المجموعة الأولى.

= $\frac{١ + \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - \frac{١}{\sqrt{٣}}}$ = $\frac{\sqrt{٣} + ١}{\sqrt{٣} - ١}$ ← تعويض قيم الاقترانات المثلّثيّة باستخدام أصابع اليد الّتي شُرحتْ في صفحة (٥)،ثمّ عمليّات حسابيّة.

تدريب (١)

دُون استخدام الآلة الحاسبة، احسب قيمة كلّ ممّا يأتي إذا علمت أنّ:

جتا (٣٠) = جتا (٦٠) = $\frac{١}{٢}$ ، جتا (٣٠) = جا (٦٠) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$، جا (٤٥) = جتا (٤٥) = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١) جتا (٧٥)، ٢) جا (١٥) ، ٣) ظا (١٠٥)

نحتاج أحيانًا أن نكتب الجيب، وجيب التّمام لزاويتين كحاصل ضرب، وهذه المتطابقات تجعل العمليّات الحسابيّة سهلةً، والنّظريّة الآتية تَستخدم حاصل ضرب الجيب، وجيب التّمام؛ لحاصل جمع جيبين أو جيبي تمام (المجموعة الثّانية).

١) $\text{جاس} + \text{جاص} = ٢\ \text{جا}\left(\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}\right) \times \text{جتا}\left(\frac{\text{س} - \text{ص}}{٢}\right)$

٢) $\text{جاس} - \text{جاص} = ٢\ \text{جتا}\left(\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}\right) \times \text{جا}\left(\frac{\text{س} - \text{ص}}{٢}\right)$

٣) $\text{جتاس} + \text{جتاص} = ٢\ \text{جتا}\left(\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}\right) \times \text{جتا}\left(\frac{\text{س} - \text{ص}}{٢}\right)$

٤) $\text{جتاس} - \text{جتاص} = -٢\ \text{جا}\left(\frac{\text{ص} + \text{س}}{٢}\right) \times \text{جا}\left(\frac{\text{س} - \text{ص}}{٢}\right)$

مثال (٢)

أثبت أن $\frac{\text{جتا}(١٠٥) + \text{جتا}(١٥)}{\text{جا}(١٠٥) - \text{جا}(١٥)} = ١$

الحلّ:

$\frac{\text{جتا}(١٠٥) + \text{جتا}(١٥)}{\text{جا}(١٠٥) - \text{جا}(١٥)}$

من أجل الإثبات، نأخذ الطّرف الأيمن،ثمّ نبدأ بخطوات الإثبات.

$$= \frac{\text{٢ جتا} \left(\dfrac{\overbrace{١٠٥ + ١٥}^{٦٠}}{٢} \right) \times \text{جتا} \left(\dfrac{\overbrace{١٠٥ - ١٥}^{٤٥}}{٢} \right)}{\text{٢ جتا} \left(\underbrace{\dfrac{١٠٥ + ١٥}{٢}}_{٦٠} \right) \times \text{جا} \left(\underbrace{\dfrac{١٠٥ - ١٥}{٢}}_{٤٥} \right)}$$

نستخدم للبسط، المتطابقة الثّالثة من المجموعة الثّانية، وللمقام، المتطابقة الثّانية المجموعة نفسها.

بما أن جتا ٤٥ = جا ٤٥

$$= \frac{\text{٢ × جتا (٦٠) × جتا (٤٥)}}{\text{٢ × جتا (٦٠) × جا (٤٥)}} = ١$$

يُختصَر البسط مع المقام.

تدريب (٢)

$$\frac{\text{جا٧٥ + جا١٥}}{\text{جتا١٥ − جتا٧٥}} = \sqrt{٣}$$

اعتمادًا على المتطابقات السّابقة، يمكن التّعبير عن متطابقات ضِعف الزّاوية (المجموعة الثّالثة).

١) $\text{جتا٢س} = \begin{cases} \text{جتا}^{٢}\text{(س) − جا}^{٢}\text{(س)} \\ \text{١ − ٢ جا}^{٢}\text{(س)} \\ \text{٢ جتا}^{٢}\text{(س) − ١} \end{cases}$

٢) جا (٢س) = ٢ جا (س) × جتا (س)

٣) $\text{ظا٢س} = \dfrac{\text{٢ظاس}}{\text{١−ظا}^{٢}\text{س}}$

مثال (٣)

إذا علمت أن جاس = $\frac{٢}{٣}$: ٠° > س > ٩٠°، فجد قيمة كُلٍّ مما يأتي :

١) جتا (٢س) ٢) جا (٢س) ٣) ظا (٢س)

الحلّ:

١) $جتا ٢س = ١ - ٢ جا^٢ س$ ، تُستخدم المتطابقة الأولى، الفرع الثّاني من المجموعة الثّالثة.

$= ١ - ٢ \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^٢$ ، تعويض قيمة الجيب من السّؤال

$= ١ - ٢ \times \frac{٤}{٩} = ١ - \frac{٨}{٩} = \frac{١}{٩}$ ، عمليّات حسابيّة واتّباع الأولويّات: الضّرب، ثمّ الطّرح.

٢) $جا^٢ س + جتا^٢ س = ١$ ، نستخدم هذه المتطابقة؛لإيجاد قيمة جيب التّمام

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^٢ + جتا^٢ س = ١$ ، تعويض قيمة الجيب المعطى بالسّؤال.

$\left(\frac{٤}{٩}\right) + جتا^٢ س = ١$

$جتا^٢ س = \frac{٥}{٩}$ ، تنفيذ العمليّات الحسابيّة، وجعل الثّوابت بطرف.

$جتاس = \mp \sqrt{\frac{٥}{٩}}$ ، نهمل السّالب؛ لأنّ الزّاوية في الرُّبع الأوّل.

$جتاس = \frac{\sqrt{٥}}{٣}$

$جا ٢س = ٢ جاس جتاس$

$جا ٢س = ٢ \times \frac{٢}{٣} \times \frac{\sqrt{٥}}{٣} = \frac{٤\sqrt{٥}}{٩}$

٣) لحساب $ظا ٢س = \frac{جا(٢س)}{جتا(٢س)}$ ، باستخدام علاقة الظّلّ مع الجيب وجيب التّمام؛ لإيجاد قيمتها.

$= ٤\frac{\sqrt{٥}}{٩} \div \frac{١}{٩} = ٤\sqrt{٥}$

تدريب (٣)

إذا علمت أنّ $جتا س = \frac{-١}{٣}$: $٩٠° < س < ١٨٠°$ ، فجد قيمة كُلٍّ من:

١) جتا (٢س) ٢) جا (٢س) ٣) ظا (٢س)

الإثراء

اثبت ان $\frac{جتاس}{١+جاس} + \frac{١+جاس}{جتاس} = ٢ \ قاس$

حلّ المعادلات المثلّثيّة

تُعرّف المعادلة المثلّثيّة أنّها: المعادلة الّتي تحوي اقترانًا مثلّثيًّا أو أكثر، وحلّ المعادلة المثلّثيّة يعني إيجاد قِيم المتغيّر فيها،إمّا هندسيًّا وإمّا جبريًّا.

مثال (١)

حل المعادلة جا (٣س) $= \frac{١}{٢}$.

الحلّ:

نجد أن ٣س $= \frac{\pi}{٦}$ نبحث عن زاوية الجيب لها $\frac{١}{٢}$ ثم بالقسمة على ٣ للطّرفين.

س $= \frac{\pi}{١٨}$ وهذا هو الحل الأولي.

يجب أن نحدّد دورة الاقتران؛ من أجل إيجاد الحلّ العامّ

$٠ <$ ٣س $< ٢\pi$ نحدّد دورة الاقتران؛ من أجل إيجاد الحلّ العامّ

$٠ <$ س $< \frac{٢\pi}{٣}$.

الحل العام : { س:س$= \frac{\pi}{١٨} + \frac{٢\pi}{٣}$ن}

تدريب (١)

حل المعادلة جتا (٥س) $= \frac{١}{٢}$

مثال (٢)

حل المعادلة جا^{٢}س – جاس = ٢

الحلّ:

جا^{٢}س – جاس = ٢

جا^{٢}س – جاس – ٢ = ٠

(جا (س) – ٢) (جا (س) + ١) = ٠

جاس = ٢ جاس = –١

س = $\frac{٣\pi}{٢}$

الحل العام: { س: س = $\frac{٣\pi}{٢}$ + ٢πن }

نتعامل مع هذه المعادلة وكأنّها معادلة تربيعيّة: س^{٢} – س – ٢ = ٠ بحيث تحلل إلى (س – ٢) (س + ١) = ٠

تهمل قيمة الجيب تساوي ٢ والسّبب أنّ قيمة الجيب دائمًا محصورة في الفترة [–١ ، ١]

تدريب (٢)

حل المعادلة جتا^{٢}س + ٢ جتاس = ٣

مثال (٣)

حل المعادلة جاس × جتاس – $\frac{١}{٢}$ جتاس = ٠ حلًا أوليًا

الحلّ:

جاس × جتاس – $\frac{١}{٢}$ جتاس = ٠

جتاس × (جاس – $\frac{١}{٢}$) = ٠

جتاس = ٠ جاس = $\frac{١}{٢}$

س = $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{٣\pi}{٢}$ ، س = $\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{٥\pi}{٦}$

الحل الأولي: { $\frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{٥\pi}{٦}$ ، $\frac{٣\pi}{٢}$ }

نتعامل مع هذه المعادلة وكأنّها معادلة خطّيّة بمتغيّرين هي: ص س – $\frac{١}{٢}$ س = ٠ وهنا نأخذ س عامل مشترك كما يأتي: (ص – $\frac{١}{٢}$)

نجد قيم س الّتي تكون عندها جيب التّمام تساوي صفرًا في الدّورة الأولى، كذلك نجد قيم س الّتي تكون عندها الجيب $\frac{١}{٢}$ في الدّورة الأولى.

تدريب (٣)

حل المعادلة ظاس ظتاس $-\sqrt{٣}$ ظتاس = ٠

مثال (٤)

حل المعادلة ظا^{٢}س = قاس + ١ حلًا أوليًا

الحلّ:

ظا^{٢}س = قاس + ١ — نستخدم المتطابقة ١+ ظا^{٢}س = قاس

قا^{٢}س − ١ = قاس + ١ — ننقل الحدود إلى الطّرف الأيمن

قا^{٢}س − قاس − ١−١ = ٠

قا^{٢}س − قاس − ٢ = ٠

(قاس − ٢) (قاس +١) = ٠

نتعامل مع هذه المعادلة وكأنّها معادلة تربيعيّة هي: س^٢ − س−٢=٠ بحيث تُحلّل إلى (س−٢) (س+١)=٠

قاس =٢ قاس = −١

س= $\frac{\pi}{٣}$ ، $\frac{٥\pi}{٣}$ ، س= π

نجد قيم س الّتي تكون عندها القاطع تساوي ٢ في الدّورة الأولى، ثمّ نجد قيم س الّتي تكوّن عندها القاطع تساوي −١ في الدّورة الأولى

الحل العام: $\left\{ \frac{\pi}{٣} ، \pi ، \frac{٥\pi}{٣} \right\}$

تدريب (٤)

حل المعادلة جا^{٢}س = جتاس + ١

الإثراء

حِلْ المعادلة حلًّا أوّليًّا وحلًّا عامًّا

٣قا^{٢}س − ٥قاس − ٢ = ٠

الاقترانات الأُسّيّة والمعادلات الأُسّيّة (للعلميّ والصّناعيّ)

إنّ لعبة الشِّطْرنج لعبة الأذكياء، واكتشاف الشِّطرنج يدلّ على عبقريّة مُختَرِع هذه اللّعبة؛ حيث إنّه طلب مكافأة من الملك على النّحو الآتي: أن يحصل على حبّة قمح واحدة عن المربّع الأوّل، وحبّتي قمح عن المربّع الثّاني، وأربع حبّات قمح عن المربّع الثّالث، وثماني حبّات عن المربّع الرابع وهكذا.فما عدد الحبّات في المربّع الأخير؟

مثال (١)

ارسم منحنى الاقتران: ق(س) = (٢)^{س} ثمّ أجب ما يأتي:

١) ما المقطع الصّاديّ للاقتران ق؟

٢) هل يقطع الاقتران ق محور السّينات؟

٣) هل الاقتران ق متزايد أم متناقص؟

٤) هل الاقتران ق واحد لواحد؟

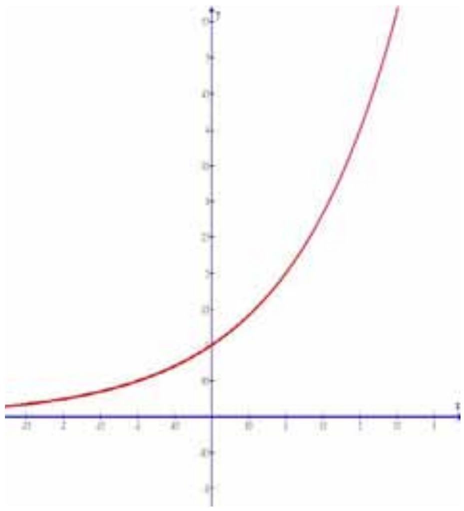
٥) ما مجال الاقتران ق؟

٦) ما مدى الاقتران ق؟

الحلّ:

نبدأ بتكوين جدول من أجل تمثيل منحنى الاقتران على المستوى الدّيكارتيّ:

س	−٢	−١	٠	١	٢
ق(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	١	٢	٤



١) ص = ١.

٢) الاقتران لا يقطع محور السّينات.

٣) الاقتران متزايد.

٤) الاقتران هو اقتران واحد لواحد.

٥) المجال: (−∞ ، ∞).

٦) المدى: (٠ ، ∞)

تدريب (1)

ارسم منحنى الاقتران ق(س) = ٣^س^، ثمّ أجب ما يأتي:

١) ما المقطع الصّادي للاقتران ق؟

٢) هل يقطع الاقتران ق محور السّينات؟

٣) هل الاقتران ق متزايد أم متناقص؟

٤) هل الاقتران ق واحد لواحد؟

٥) ما مجال الاقتران ق ؟

٦) ما مدى الاقتران ق ؟

مثال (٢)

حل المعادلة $\left(\frac{١}{٣}\right)^{١-٢س} = (٢٧)^{س-١}$

الحلّ:

$\left(\frac{١}{٣}\right)^{١-٢س} = (٢٧)^{س-١}$ نستخدم القانون $\frac{١}{أ^{-ن}} = أ^{ن}$

$(٣^{-١})^{١-٢س} = (٣^{٣})^{س-١}$ نستخدم القانون $(أ^{ن})^{م} = أ^{ن×م}$

$(٣)^{٢س-١} = (٣)^{٣س-٣}$

٢س − ١ = ٣س − ٣ في المعادلة عندما يتساوى الأساس تتساوى الأسس.

٢ = س

تدريب (٢)

حل المعادلة $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢-س} = (١٦)^{س+١}$

مثال (٣)

حُلَّ المعادلة: $٤^{س^٣ + ٢س^٢ - ٣س} = ١$

الحلّ:

$٤^{س^٣ + ٢س^٢ - ٣س} = ١$ في مثل هذه الحالة تكون ١ = ٤٠

$س^٣ + ٢س^٢ - ٣س = ٠$ عندما يتساوى الأساس، فإنّ الأسس تتساوى.

$س\,(س^٢ + ٢س - ٣) = ٠$ يتمّ إخراج س عامل مشترك، ثمّ تحليل المعادلة التّربيعيّة وإيجاد قيم س.

$(س)\,(س - ١)\,(س + ٣) = ٠$

س = ٠ س = ١ س = −٣

مجموعة الحل = {−٣، ٠، ١}

تدريب (٣)

حُلَّ المعادلة: $٣^{س^٣ - ٥س^٢ + ٦س} = ١$

مثال (٤)

حُلَّ المعادلة $(٤)^{س} - ١٠(٢)^{س} + ١٦ = ٠$

الحلّ:

$(٤)^{س} - ١٠(٢)^{س} + ١٦ = ٠$ يتمّ توحيد الأساس $٤ = ٢^{٢}$

$(٢^{٢})^{س} - ١٠(٢)^{س} + ١٦ = ٠$

$(٢^{س})^{٢} - ١٠(٢)^{س} + ١٦ = ٠$ باستخدم القانون $(أ^{ن})^{م} = (أ^{م})^{ن}$

نفرض أن: $ص = ٢^{س}$

$ص^{٢} - ١٠ص + ١٦ = ٠$

$(ص - ٨)(ص - ٢) = ٠$

$ص = ٨$ أو $ص = ٢$

$٢^{س} = ٨$ ، $٢^{س} = ٢$

$س = ٣$ ، $س = ١$

يتمّ تحليل المعادلة، ثمّ إيجاد قيم ص، وبعدها نعيد قيمة ص إلى ما قبل الفرض؛ من إجل إيجاد قيم س

مجموعة الحل هي: $\{١، ٣\}$

تدريب (٤)

حل المعادلة $(٢٥)^{س} - ٦(٥)^{س} + ٥ = ٠$

الإثراء

ارسم منحنى الاقتران

$ق(س) = -٢ \times (٣)^{س+١} + ٤$

الموضوع الخامس

الاقترانات والمعادلات اللوغاريتميّة (للعلميّ والصّناعيّ)

في أحد مختبرات العلوم الحياتيّة، توصّل باحث إلى أنّ عدد البكتيريا يتزايد وفق العلاقة:

$ع = ع_{١} \times (٢)^{ن}$ حيث ن عدد السّاعات، جِد الزّمن المتوقّع ليصبح عدد البكتيريا ع ثلاثة أضعاف عددها الحالي $ع_{١}$.

مثال (١)

ارسم منحنى الاقتران: ق(س) = لـــو$_{٢}$ س ثمّ أجب ما يأتي:

١) ما المقطع السّينيّ للاقتران ق؟

٢) هل يقطع الاقتران ق محور الصّادات؟

٣) هل الاقتران ق متزايد أم متناقص؟

٤) هل الاقتران ق واحد لواحد؟

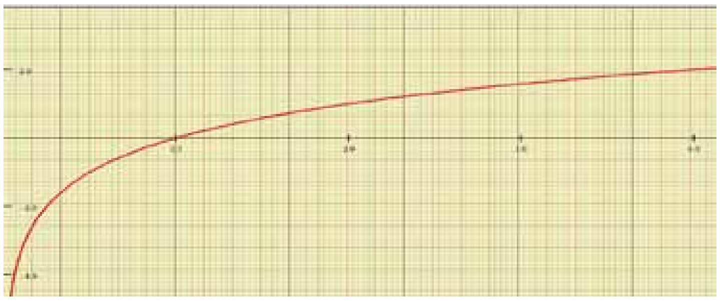
٥) ما مجال الاقتران ق؟

٦) ما مدى الاقتران ق؟

الحلّ:

نبدأ بتكوين جدول من أجل تمثيل منحنى الاقتران على المستوى الدّيكارتيّ:

س	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	١	٢	٤
ق(س)	-٢	-١	٠	١	٢



١) س = ١.
٢) الاقتران لا يقطع محور الصادات.
٣) الاقتران متزايد.
٤) الاقتران هو اقتران واحد لواحد.
٥) المجال: (٠ ، ∞).
٦) المدى: (−∞ ، ∞).

تدريب (١)

ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $\text{لـــو}_{\text{٢}}$ س، ثمّ أجب ما يأتي:

١) ما المقطع السّينيّ للاقتران ق؟
٢) هل يقطع الاقتران ق محور الصّادات؟
٣) هل الاقتران ق متزايد أم متناقص؟
٤) هل الاقتران ق واحد لواحد؟
٥) ما مجال الاقتران ق ؟
٦) ما مدى الاقتران ق ؟

الآن، التّعرّف إلى قوانين اللوغاريتمات في ما يأتي:

قانون (١): $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ س ص = $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ س + $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ ص

قانون (٢): $\text{لـــو}_{\text{أ}} \frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ س − $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ ص

قانون (٣): $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ $\text{س}^{\text{ن}}$ = ن × $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ س

قانون (٤): $\text{لـــو}_{\text{أ}}$ جـ × $\text{لـــو}_{\text{ب}}$ أ = $\text{لـــو}_{\text{ب}}$ جـ

مثال (٢)

إذا كان لــو ٥ ≅ ٠,٧ ، لــو ٦ ≅ ٠,٨ فجد ما يأتي:

١) لــو ٣٠　　٢) لــو ١,٢　　٣) لــو ١٢٥　　٤) لــو$_{٦}$ ٥

الحلّ:

١) لــو ٣٠ = لــو(٦ × ٥)　　نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوي ٣٠؛ من أجل استخدام معطيات السّؤال.

= لــو ٦ + لــو ٥　　استخدام القانون الأوّل من قوانين اللوغاريتمات،

= ٠,٨ + ٠,٧　　تعويض قيم اللوغاريتمات من المعطيات في السّؤال، ثمّ تنفيذ عمليّة الجمع.

= ١,٥

٢) لــو ١,٢ = لــو(٦ ÷ ٥)　　نبحث عن عددين حاصل القسمة بينهما يساوي ١,٢ ؛ من أجل استخدام معطيات السّؤال.

= لــو ٦ − لــو ٥　　استخدام القانون الثّاني من قوانين اللوغاريتمات.

= ٠,٨ − ٠,٧　　تعويض قيم اللّوغاريتمات من المعطيات في السّؤال، ثمّ تنفيذ عمليّة الطّرح.

= ٠,١

٣) لــو ١٢٥ = لــو٥^{٣}　　نعبّر عن العدد ١٢٥ بصيغة الأسّ.

= ٣ × لــو ٥　　استخدام القانون الثّالث من قوانين اللّوغاريتمات.

= ٣ × ٠,٧　　تعويض قيمة اللّوغاريتم من المعطيات في السّؤال، ثمّ نبسّط الكسر.

= ٢,١

٤) لــو$_{٦}$ ٥ = $\frac{\text{لــو ٥}}{\text{لــو ٦}}$　　استخدام القانون الرابع من قوانين اللوغاريتمات بحيث نستنتج منها ما يلي:

١) لــو$_{ب}$ أ = $\frac{\text{لــو}_{ب}\text{ جـ}}{\text{لــو}_{أ}\text{ جـ}}$

٢) لــو$_{أ}$ جـ = $\frac{\text{لــو}_{ب}\text{ جـ}}{\text{لــو}_{ب}\text{ أ}}$

= $\frac{٠,٧}{٠,٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

تعويض قيمة اللوغاريتم من المعطيات في السّؤال، ثمّ تنفيذ عمليّة الضّرب.

تدريب (٢)

إذا كان لـــو ٥ ≅ ٠,٧ ، لـــو ٨ ≅ ٠,٩ فجد ما يأتي:

١) لـــو ٤٠ ٢) لـــو ١,٦ ٣) لـــو ٦٤ ٤) لـــو$_{٥}$ ٨

مثال (٣)

حل المعادلة لـــو$_{٢}$ س + لـــو$_{٢}$ (س+٢) = ٣

الحلّ:

لـــو$_{٢}$ س + لـــو$_{٢}$ (س+٢) = ٣	استخدام القانون الأوّل من قوانين اللّوغاريتمات.
لـــو$_{٢}$ (س (س+٢)) = ٣	
س (س +٢) = $٢^{٣}$	نحوّل المعادلة من الصّيغة اللّوغاريتميّة إلى الصّيغة الأسُّيّة.
$س^{٢}$ + ٢س = ٨	
$س^{٢}$ + ٢س − ٨ = ٠	
(س+٤) (س − ٢) = ٠	نحلّل العبارة التّربيعيّة وإيجاد قيم س الممكنة.
س = −٤ س = ٢	قيمة س = −٤ تهمل؛ لأنّ ناتج التّعويض في المعادلة اللّوغاريتميّة سالبة.

مجموعة الحل: {٢}

تدريب (٣)

حل المعادلة لـــو$_{٣}$ س + لـــو$_{٣}$ (٦−س) = ٢

الإثراء

ما الفرق بين مجال الاقتران: ق(س)= لـــو (س + ٣) (س − ٣)

ومجال الاقتران هـ(س) = لـــو$_{٢}$($س^{٢}$ − ٦س + ٩)؟

الموضوع السادس طُرق العدّ

أمام فتاة صحن فيه بسكويت يحتوي عشرين قطعة، اثنتا عشرة قطعة ليّنة والبقيّة قاسية، كم عدد الطرق التي تستطيع عبْرها هذه الفتاة اختيار ثلاث قطع بسكويت، بحيث توجد قطعتان قاسيتان وواحدة ليّنة؟

مبدأ العد الأساسي

إذا تم إجراء عملية على ك من المراحل حيث إنَّ المرحلة الأولى لها $ن_١$ من الطرق، المرحلة الثانية لها $ن_٢$ من الطرق ، المرحلة الثالثة لها $ن_٣$ من الطرق، وهكذا حتى المرحلة الأخيرة (ك) التي لها $ن_ك$ من الطرق، فإنه يمكن إجراء العملية كاملة بطرائق عددها= $ن_١ \times ن_٢ \times ن_٣ \times ..... \times ن_ك$ طريقة، على فرض أن الاختيار في أي مرحلة لا يؤثر في الاختيار في المراحل الأخرى.

مثال (١)

ذهبت سارة إلى مطعم لتناول وجبة طعام، عندما نظرت إلى قائمة الطعام، وجدتْ أمامها ثلاثة أنواع من اللّحوم، وسبعة أنواع من العصير، وأربعة أنواع من الحلوى، بكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكوّنة من نوع واحد من اللّحم، ونوع واحد من العصير، ونوع واحد من الحلوى؟

الحلّ:

عدد الطّرق = ٣ × ٧ × ٤ =٨٤

تدريب (١)

هنالك ثلاث مدن أ ، ب ، جـ، وهنالك خمس طرق تصل المدينة أ بالمدينة ب، وثلاث طرق تصلالمدينة ب بالمدينة جـ، إذا أراد شخص الوصول إلى المدينة جـ انطلاقًا من المدينة أ مرورًا بالمدينة ب، ما عدد الطّرق التّي يمكنه سلوكها؟

المضروب

ليكن ن عددًا صحيحًا غير سالب، يعرف مضروب العدد ن الذي يرمز له بالرمز ن! على أنه المقدار: ن×(ن−١)×(ن−٢)×......×٣×٢×١ ويكون مضروب الصفر=٠!=١

مثال (٢)

جد قيمة كلّ ممّا يأتي:

١) ٤!　　　٢) $\frac{٨!}{٦!}$　　　٣) ١!

الحلّ:

١) ٤! = ٤×٣×٢×١=٢٤

٢) $\frac{٨!}{٦!} = \frac{٨×٧×\cancel{٦}×\cancel{٥}×\cancel{٤}×\cancel{٣}×\cancel{٢}×١}{\cancel{٦}×\cancel{٥}×\cancel{٤}×\cancel{٣}×\cancel{٢}×١} = ٨×٧ = ٥٦$

٣) ١! = ١

تدريب (٢)

جد قيمة كلّ ممّا يأتي

١) ٥!　　　٢) $\frac{٧!}{٤!}$

تعريف التبادل

إذا تم اختيار عناصر عددها ر من مجموعة عدد عناصرها ن بحيث يكون ترتيب الاختيار مهمًّا.

فإن هذا الاختيار يسمى تباديل.

ويُرمز لعددها بالرمز ل(ن،ر) حيث ن ، ر ∋ ص+، ٠ > ر > ن

و يكون ل(ن،ر) = $\frac{ن!}{(ن-ر)!}$

مثال (٣)

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكوّن من منزلتين مختلفتين من مجموعة الأرقام: {٨،٢،٣،٥}

الحلّ:

عدد الطّرق = ل (٤ ، ٢) = $\frac{٤!}{٢!}$ = ٤×٣ =١٢

تدريب (٣)

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكوّن من ثلاث منازل مختلفة من مجموعة الأرقام:

{٩،٥،٧،٣،٤}؟

التوافيق

هي عدد طرائق اختيار ر عنصرًا من مجموعة عدد عناصرها ن إذا كان الترتيب فيها غير مهم والتكرار غير مسموح به.

ويرمز لها بالرمز $\binom{ن}{ر}$ وتُقرأ ن فوق ر، وتُعطى بالقاعدة الآتية:

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن ، ر)}{ر!} = \frac{ن!}{(ن-ر)! \times ر!}$$

مثال (٤)

ما عدد طرائق تكوين لجنة تضمّ خمسة رجال وستّ سيّدات،في مجموعة مكوّنة من سبعة رجال وسبع سيّدات؟

الحلّ:

عدد الطّرق = $\binom{٧}{٥} \times \binom{٧}{٦} = \frac{٧!}{٥! \times ٢!} \times \frac{٧!}{٦! \times ١!}$ = ٢١×٧ =١٤٧

تدريب (٤)

مجموعة أشخاص مكوّنة من سبعة رجال وستّ سيّدات، يُراد تشكيل لجنة خماسيّة منها. ما عدد طرق اختيار اللّجنة، بحيث تضمّ ثلاث سيّدات ورجلين؟

نشاط إثرائي

اكتب جميع النّواتج الممكنة لظهور صورة أو رقم (١) في تجربة إلقاء حَجَر نرد، ثمّ قطعة نقد وتسجيل الوجه الظّاهر.

ملحق (١)

حلول التدريبات

الموضوع الأوّل:

١) التّقدير الدّائريّ

ت١) ١٣٥°

ت٢) $\frac{٧\pi}{٤}$

٢) قوانين الاقترانات المثلّثيّة:

ت١) جاس $= \frac{-٤}{٥}$

جتاس $= \frac{-٣}{٥}$

ظاس $= \frac{٤}{٣}$

ظتاس $= \frac{٣}{٤}$

قاس $= \frac{٥}{-٣}$

قتاس $= \frac{٥}{-٤}$

٣) اقترانات (الجيب،وجيب التّمام،والظّلّ)

الموضوع الثّاني:

ت١) جتا (٧٥) $= \frac{\sqrt{٦}-\sqrt{٢}}{٤}$

٢) جا ١٥ $= \frac{\sqrt{٦}-\sqrt{٢}}{٤}$

٣) ظا (١٠٥) $= -٢-\sqrt{٣}$

ت٢) $\sqrt{٣}$

ت٣) جتا ٢س = $\frac{-٧}{٩}$

جا ٢س = $\frac{-٢\sqrt{٨}}{٩}$

ظا ٢س = $\frac{٢\sqrt{٨}}{٧}$

الموضوع الثّالث:

ت١) **االحل العام :** $\{$س:س= $\frac{\pi}{١٥}$ + $\frac{٢\pi}{٥}$ن$\}$

ت٢) **الحل العام:** $\{$ س:س= ٢πن $\}$

ت٣) **الحل العام:** $\{$ س:س= ٢πن $\}$

ت٤) **الحل العام:** $\{$ $\frac{\pi}{٢}$ ، π ، $\frac{٣\pi}{٢}$ $\}$

الموضوع الرّابع:

ت١)

١) ص = ١

٢) الاقتران لا يقطع محور السّينات.

٣) الاقتران متزايد.

٤) الاقتران هو اقتران واحد لواحد.

٥) المجال: ($-\infty$ ، ∞)

٦) المدى: (٠ ، ∞)

ت٢) **مجموعة الحل:** $\{$ -٢ $\}$

ت٣) **مجموعة الحل هو=** $\{$٠ ، ٢ ، ٣$\}$

ت٤) **مجموعة الحل هي=** $\{$٠ ، ١$\}$

الموضوع الخامس:

ت١)

١) س = ١

٢) الاقتران لا يقطع محور الصادات.

٣) الاقتران متزايد.

٤) الاقتران هو اقتران واحد لواحد.

٥) المجال: (٠ ، ∞).

٦) المدى: (−∞ ، ∞)

ت٢) ١) لـو ٦ = ١,٦

٢) لـو ١,٦ = ٠,٢

٣) لـو ٦٤ = ١,٨

٤) لـو$_{هـ}$ ٨ = $\frac{٩}{٧}$

ت٣) **مجموعة الحل هو** = {٣}

الموضوع السّادس:

ت١) عدد الطّرق = ١٥

ت٢) ١) ١٢٠ ٢) ٢١٠

ت٣) عدد الطّرق = ٦٠

ت٤) عدد الطّرق = ٤٢٠

حلّ أسئلة الإثراء

الموضوع الأوّل:

الإثراء: اثبت ان ١+ ظا^{2}هـ = قا^{2}هـ

$$١+ ظا^2هـ = ١+ \frac{جا^2هـ}{جتا^2هـ}$$

نبدأ الإثبات من الطّرف الأيمن مستخدمين العلاقة: ظاهـ= $\frac{جاهـ}{جتاهـ}$ لتعويضها مكان الظّل

$$= \frac{جتا^2هـ}{جتا^2هـ} + \frac{جا^2هـ}{جتا^2هـ}$$

توحيد المقامات.

$$= \frac{\overbrace{(جتا^2هـ + جا^2هـ)}^{١}}{(جتا^2هـ)} = \frac{١}{جتا^2هـ}$$

نلاحظ هنا أنّ: جتا^{2}هـ + جا^{2}هـ = ١

$$= قا^2هـ$$

نستخدم هنا العلاقة: قاهـ= $\frac{١}{جتاهـ}$

الموضوع الثّاني:

الإثراء $= \frac{جتا\ س}{١+جاس} + \frac{١+جاس}{جتاس} = ٢\ قاس$

$$= \frac{جتا\ س}{١+جاس} + \frac{١+جاس}{جتاس}$$

نبدأ الإثبات من الطّرف الأيمن.

$$\frac{جتاس \times جتاس}{جتاس\ (١+جاس)} + \frac{(١+جاس)\ (١+جاس)}{جتاس\ (١+جاس)}$$

توحيد المقامات.

$$\frac{جتا^2س}{جتاس\ (١+جاس)} + \frac{جا^2س+٢جاس+١}{جتاس\ (١+جاس)}$$

تنفيذ عمليّات الضّرب في البسط.

$$\frac{\overbrace{جتا^2س+جا^2س}^{١}+٢جاس+١}{جتاس\ (١+جاس)}$$

تنفيذ عمليّة الجمع بين الكسرين.

$$= \frac{\text{٢ جاس} + ٢}{\text{جتاس (١+جاس)}}$$ باستخدام المتطابقة: جتا^{٢}س + جا^{٢}س = ١

$$= \frac{\text{٢ (١+جاس)}}{\text{جتاس (١+جاس)}}$$ جمع الحدود.

$$= \frac{\text{٢ }\cancel{\text{(جاس}}\text{+١)}}{\text{جتاس (١+}\cancel{\text{جاس}}\text{)}}$$ إخراج (٢) عامل مشترك.

$$= \frac{٢}{\text{جتاس}} = \text{٢ قاس}$$ نستخدم هنا العلاقة: قاهـ $= \frac{١}{\text{جتاهـ}}$

الموضوع الثّالث:

الإثراء: حلّ المعادلة حلًّا أوّليًّا وحلًّا عامًّا.

٣قا^{٢}س − ٥قاس − ٢ = ٠

(٣قاس + ١) (قاس −٢) = ٠ نحلّل المعادلة على اعتبار أنّ العبارة التّربيعيّة: ٣س^{٢} − ٥س − ٢ = ٠

قاس $= \frac{-١}{٣}$ قاس = ٢ تحديد قيم القاطع ملاحظين أنّنا رفضنا القيمة: $\frac{-١}{٣}$ ؛ لأنّها خارج المدى لاقتران القاطع.

س $= \frac{\pi}{٣}$ ، س $= \frac{٥\pi}{٣}$ نحدّد قيم الزّاوية س

الحل الأولي: $\left\{ \frac{\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣} \right\}$

الحلّ العامّ: $\left\{ \frac{\pi}{٣} + ٢\pi ن ، \frac{٥\pi}{٣} + ٢\pi ن \right\}$

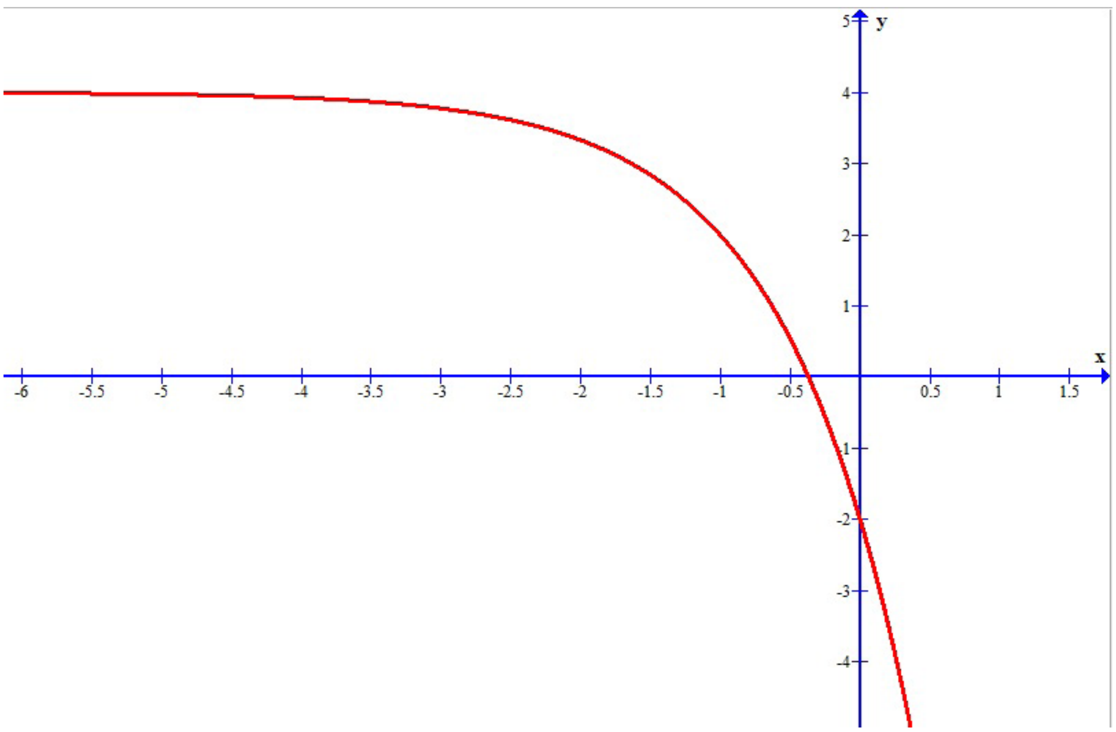
الموضوع الرّابع:

الإثراء: ارسم منحنى الاقتران: ق(س) = −٢ × (٣)$^{\text{س}+١}$ + ٤

أولاً: نكوّن الجدول الآتي من أجل التّمثيل البياني.

س	١	٠	−١	−٢	−٣
ق(س)	−١٤	−٢	٢	٣,٣٣٣	٣,٧٧٧

ثمّ نرسم المنحنى كما في الشّكل الآتي:



الموضوع الخامس:

الإثراء:ما الفرق بين مجال الاقتران: ق(س) = لـــو (س + ٣) (س − ٣)،

ومجال الاقتران: هـ(س) = لـــو$_{٢}$ (س^{٢} − ٦س + ٩)

نجد مجال الاقتران ق(س) = لـــو (س + ٣) (س − ٣)

(س + ٣) (س − ٣) > ٠   نضع المعادلة الّتي داخل اللّوغاريتم أكبر من صفر وذلك حسب تعريف اللّوغاريتم.

(س + ٣) (س − ٣) = ٠   نحوّل المتباينة إلى معادلة؛من أجل إيجاد قيم س.

س = −٣   س = ٣

\+   −   +   نستخدم خطّ الأعداد؛ لتحديد المجال للاقتران.

−٣   ٣

المجال: (−∞، −٣) ∪ (٣ ، ∞)

والآن نجد مجال الاقتران هـ(س) = $لـو_{٢}$ ($س^{٢}$ − ٦س + ٩)

$س^{٢}$ − ٦س + ٩ > ٠ 　 نضع المعادلة الّتي داخل اللّوغاريتم أكبر من صفر وذلك حسب تعريف اللّوغاريتم.

$س^{٢}$ − ٦س + ٩ = ٠

(س − ٣) (س − ٣) = ٠ 　 نحوّل المتباينة إلى معادلة، ثمّ نحلّلها إلى عواملها الأوّليّة؛ من أجل إيجاد قيم س.

س = ٣ 　 س = ٣

نستخدم خطّ الأعداد؛ لتحديد المجال للاقتران.

المجال: (−∞ ، ∞)

الموضوع الخامس:

نشاط إثرائيّ: اكتب جميع النّواتج الممكنة لظهور صورة أو رقم (١) في تجربة إلقاء حَجَر نرْد، ثمّ قطعة نقد وتسجيل الوجه الظّاهر.

(١، ك)، (١، ص)، (٢، ص)، (٣، ص)، (٤، ص)، (٥، ص)، (٦، ص)

تم بحمد الله تعالى