الرّياضيّات

الصّف السادس الأساسي

الفصل الدّراسيّ الثاني

مرحله التعافي ٢

مطبعة

الرّياضيّات

الصّف السادس الأساسي

الفصل الدّراسيّ الثاني

مرحله التعافي ٢

المقدمة

شـهـد العالمُ في الآونةِ الأخيرة تغيراتٍ متلاحقة وسريعة فأصبحت الحاجـةُ ملحةً إلى إعداد خططٍ محكمةٍ تساعد المجـتمعات المختلفة على تخطي الصُّعوبات ومواجـهة التحديات.

حرصت وزارة التربية والتعليم دائما على مواكبة المستجدات على اختلاف أنواعها، ووضع الخطط باستمرار وتعديلها بشكل يسهل تعلُّم أبنائنا الطلبة وتساعد على امتلاكهم المعارف والمهارات والخبرات اللازمة والضَّرورية، لذا نضع بين أيديكم مُلخَّصًا لأهم المفاهيم والمهارات الواردة في كتاب الجزء الثاني من مبحث الرياضيات للصف السادس الأساسيّ والتي تم إعدادها بطريقة تهدف إلى تعلم الطلبة وتحسين مهاراتهم وقدراتهم عن طريق ممارستهم مجموعة من الأنشطة التعليميّة بصورة ذاتيّة.

وتتضمن هذه الملزمة الموضوعات الآتية:

١) مُضلَّعات رباعيّة.

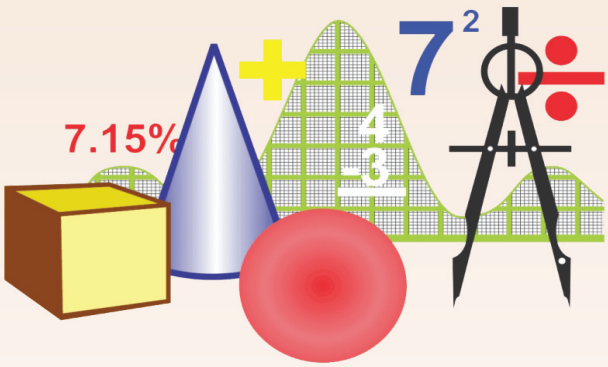
٢) المضلَّعات المنتظمة وغير المنتظمة.

٣) زوايا المضلَّع الرباعي مساحته.

٤) مساحة متوازي المستطيلات والمُكعب.

٥) حجم متوازي المُستطيلات وحجم المكعب.

٦) معالجـة البيانات.



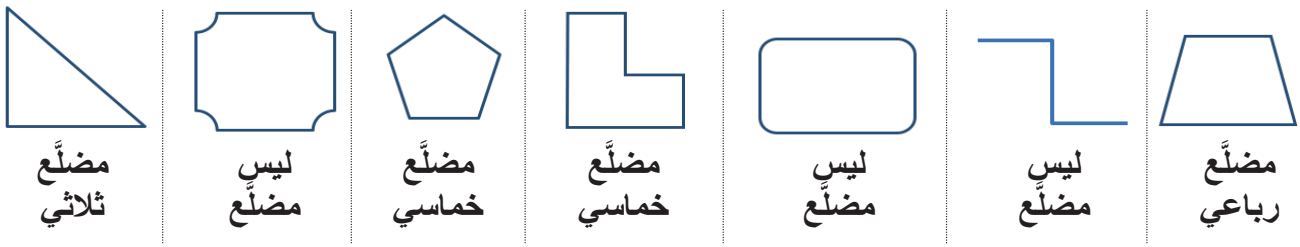
المضلّعات الـــرباعيّة

ماذا يُقصد بالمُضلَّع وماذا يُقصد بالمُضلَّع الرُّباعي؟

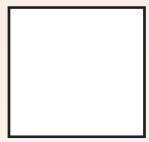
تأمل الأشياءَ حولك، ولابُد أن ترى فيها مُضلَّعات. مثلًا: إطارُ شاشةِ الهاتفِ، حواف البلاطة في أرضيّة الغُرفة، غلاف كتابك، حواف طاولة ... والكثير من مثل هذه الأشياء، هل يمكنك ذكر بعضها؟

المضلَّعُ يجبُ أنْ تتوفرَ فيه صفتان: أن يكون مغلقًا، وأن تكون حوافه (والتي نسميها أضلاع) قطعًا مستقيمة.

تأمَّل الأشكال الهندَسيّة الآتية، ثم برّر الوصف المكتوب أسفل كلّ منها:

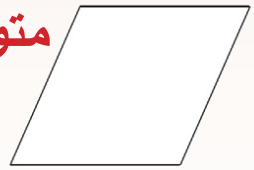


إذًا، يمكنك تحديد المضلَّع الرباعي إذا رأيت الشَّكل الهندسيّ فيه الصّفات:
مضلَّع مغلق، فيه (٤) أضلاع (قطع مستقيمة)، له (٤) رؤوس، له (٤) زوايا. وهذا ينطبق على كلّ من:

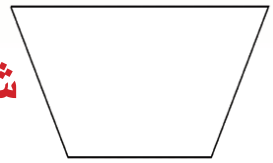


المربع: مضلَّع رباعي، جميع أطوال أضلاعه متساوية، وكلّ من زواياه قائمة.
وهذا يترتب عليه أنَّ كلَّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

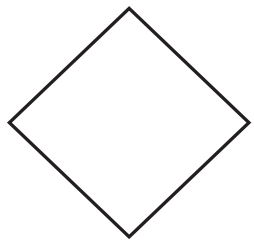
المستطيل: مضلَّعٌ رباعيّ، فيه كلُّ ضلعين متقابلين متساويين، وزواياه الأربعة قوائم.
وهذا يترتب عليه أنَّ كلَّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان.



متوازي الأضلاع : هو مُضلَّعٌ رباعيّ فيه كلُّ ضلعين متقابلين متساويين في الطول ومتوازيين، وعليه تكون كلُّ زاويتين متقابلتين متساويتين في القياس.



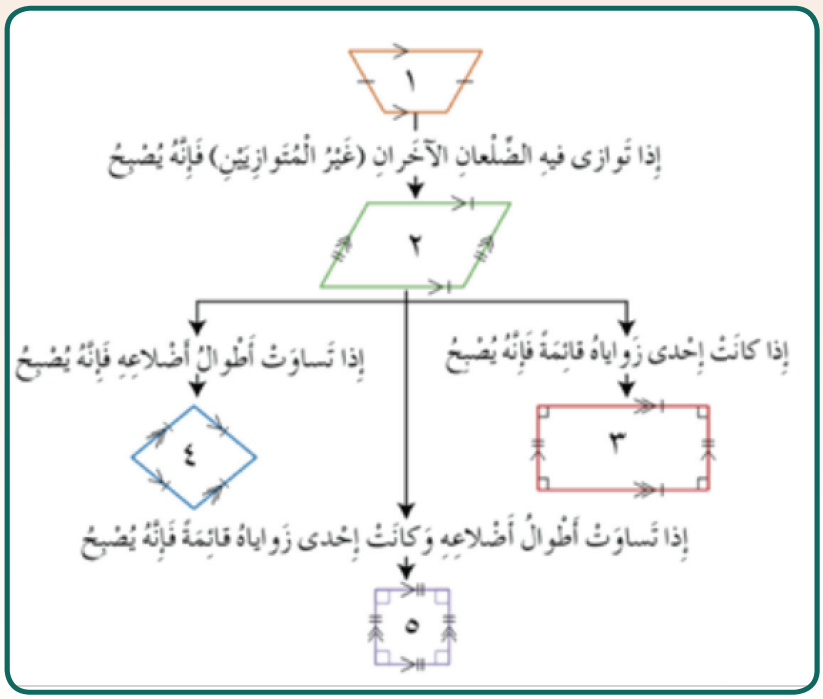
شبه المنحرف : مضلَّعٌ رباعيّ فيه ضلعان متقابلان متوازيان على الأقل.



المعين : مضلَّع رباعي جميع أطوال أضلاعه متساوية وكلُّ ضلعين متقابلين متوازيان، وعليه تكون كلُّ زاويتين متقابلتين فيه متساويتين في القياس.

ما مجموع قياسات زوايا المُضلَّع الرُّباعيّ؟

الشَّكل الآتي يُبيّن العلاقات بين هذه المضلَّعات:



اعتمد الشَّكل أعلاه لتحديد أيّ العبارات الآتية صحيحة وأيّها خاطئة مع تبرير الإجابة:

- **كلُّ مربعٍ هو متوازي أضلاع.**
- **كلُّ متوازي أضلاع هو مربع.**
- **كلُّ مستطيلٍ هو معين.**
- **كلُّ معينٍ هو مستطيل.**

الحلّ:

(كلُّ مربع هو متوازي أضلاع) صحيحة، لأنَّ المربعَ فيه كلُّ ضلعين متقابلين متوازيين.

(كلُّ متوازي أضلاع هو مربع) خاطئة، لأنَّ أضلاع المربع يجب أن تكونَ متساوية، ولا يشترط ذلك في متوازي الأضلاع.

(كلُّ مستطيل هو معين) خاطئة، لأن أضلاعَ المعين يجب أنْ تكونَ متساوية، ولا يشترط ذلك في المستطيل.

(كل معين هو مستطيل) خاطئة، لأنَّ المستطيلَ يجب أن تكونَ جميع زواياه قوائم، ولا يشترط ذلك في المعين.

تدريب

أيّ العبارات الآتية تعتبر صحيحة (فكّر وبرّر إجابتك):

في المضلَّعات الرباعيّة (مربع، مستطيل، متوازي أضلاع، شبه منحرف، معين)، يكون كلُّ ضلعين متقابلين متوازيين.

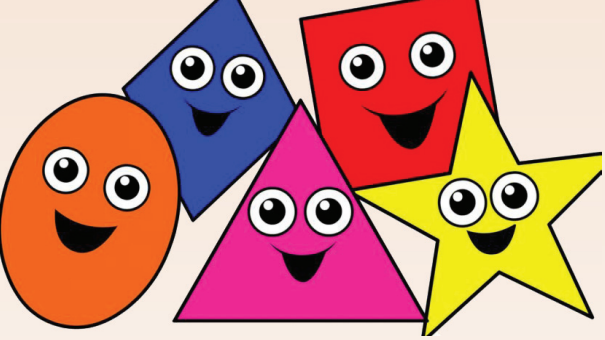
بعض متوازيات الأضلاع معينات.

كلُّ مستطيلٍ هو متوازي أضلاع.

إرشاد

لتبرير عبارة تحتوي على مضلَّعين رباعيين نأخذ شروط المُضلَّع الثَّاني ونتحقق إذا ما كانت هذه الشروط تنطبق على المضلَّع الأول أم لا.

تدريب (٢) ما الفرق بين المربّع والمَعين؟

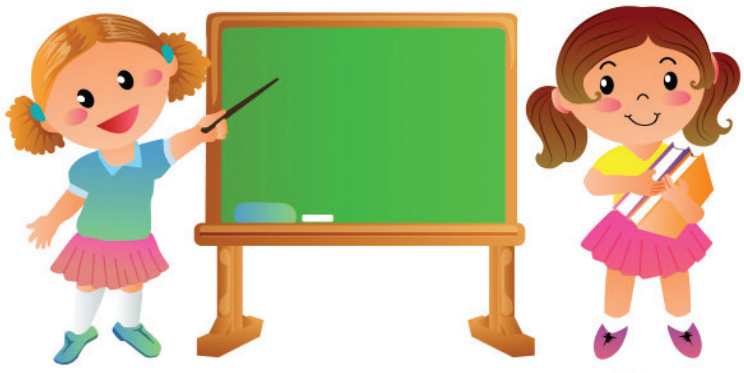


إثـراء

تناقشتْ الصَّدِيقَتَانِ هُدى وسناء بعدَ درسِ المضلَّعاتِ الرباعيّةِ، ودارَ بينهما الحوارُ الآتي:

هدى: شِبْهُ المُنحَرِفِ لا يمكنُ أنْ يكونَ مستطيلًا
سناء: بلْ إنَّ بعضَ أشباهِ المنحرفاتِ يمكنُ أنْ تكونَ مستطيلًا.

أيُّهما تعتقدُ أنَّها على صوابٍ فيما قالت؟ برّر إجـابتك.

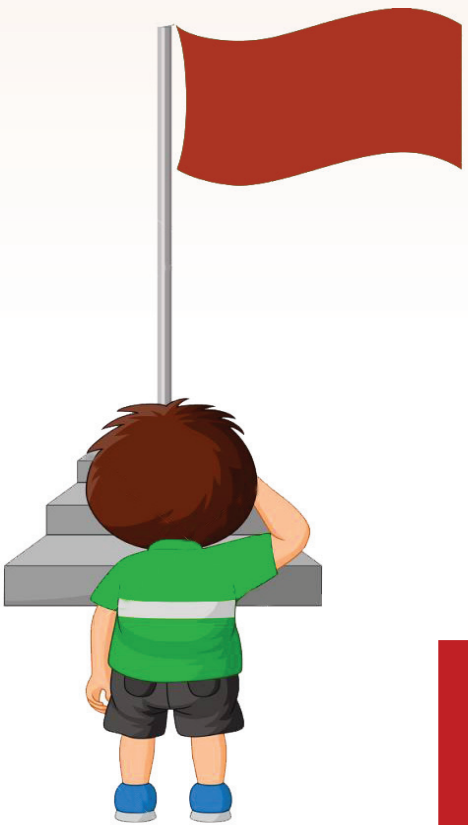


حدد اسمًا للمضلَّعِ الرُّباعي الذي يتَّصفُ بما يأتي:

فيه أربعُ زاويا، ولكلّ منها القياسُ نفسُهُ.
فيه زوجـانِ من الأضلاعِ المُتوازية.
فيه زوجٌ واحدٌ من الأضلاعِ المتوازية.
جـميعُ أضلاعه لها الطولُ نفسُهُ.
أي مما سبق يمكن أن ينطبقَ على أكثر من مُضلَّع رُباعي واحد؟

المُضلَّعات المُنْتظَمة وغير المُنْتظَمة

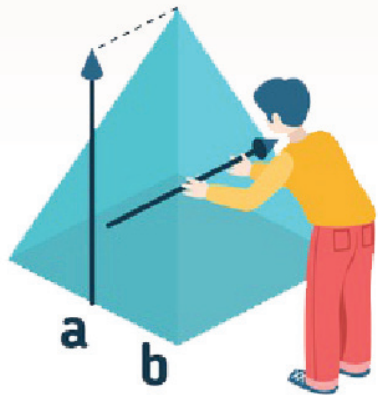
نظرَ أحمدُ إلى ساريةِ العلمِ في ساحةِ مدرستهِ مُتسائلًا بما أنَّ الزَّاويةَ التي بين الساريةِ والأرضِ قائمةٌ، ما قياسُ الزَّاوية بين تلك الشجرة المائلة وسطح الأرض في الحديقةِ؟



الزَّاويةُ هي تقاطع أو اتحاد شُعَاعَيْنِ في نقطةٍ واحدةٍ.

الزَّوايا لها أربعةُ أنواعٍ كما يَظْهرُ في الجدول أدناه، ويمكن تقدير قياس الزَّوايا باستعمال الزَّاوية القائمة والزَّاوية المستقيمة.

نوع الزاوية	سبب تسميتها
الحادة	قياسها أكبر من ٠° أقل من ٩٠°
المنفرجة	قياسها أكبر من ٩٠° أقل من ١٨٠°
القائمة	قياسها يساوي ٩٠°
المستقيمة	قياسها يساوي ١٨٠°



بناءً على الجدول السابق، أجب عن الفقرات الآتية:

أ) سَمِّ زوايا حادة.
ب) سَمِّ زاوية مُستقيمة.
جـ) سَمِّ زوايا قائمة.
د) سَمِّ زوايا مُنفرِجَة.

الحلّ:

أ) الزَّاوية جـ ب د، الزَّاوية د ب ه، الزَّاوية ه ب و
ب) الزَّاوية أ ب ه
جـ) الزَّاوية أ ب جـ، الزَّاوية د ب و
د) الزَّاوية أ ب د، الزَّاوية جـ ب و، الزَّاوية أ ب و

تدريب

ارسم دون استعمال المنقلة رسمًا تقريبيًا لكلٍّ من:

أ) زاوية قائمة

ب) زاوية حادة

جـ) زاوية مُنْفَرجة

د) زاوية مُستقيمة

يمكن رسم المثلث إذا عُلمت أطوال أضلاعه باستعمال المسطرة والفرجار. وإذا علم منه ضلعان وزاوية محصورة بينهما، أو إذا علم منه زاويتان وضلع مشترك بينهما باستعمال المسطرة والمنقلة.

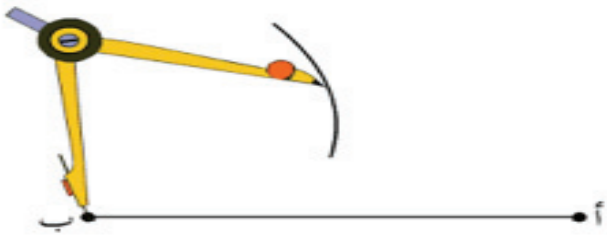
الحالة الأولى: إذا عُلِمتْ أطوالُ أضلاعِهِ الثلاثة:

مثال٢: ارسم المثلث أب جـ، وفيهِ أب = ٤سم، ب جـ = ٣سم، أ جـ = ٥سم.

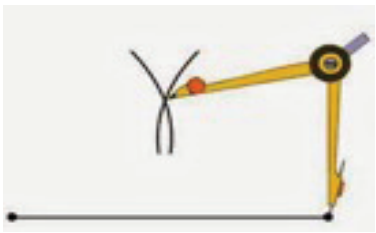
نتبعُ الخطواتِ الآتية:

1) نرسمُ قطعةً مُستقيمةً أب بطول4سم.

2) فتح الفُرجار فُتْحةً مقدارها 3سم، ونركّز رأس الفُرجار المُدبب في ب ونرسمُ قوسًا.



3) فتح الفُرجار فتحة مقدارها 7سم، ونركّز رأس الفُرجار المُدبب في أ ونرسم قوسًا يقطع القوس الأول في جـ



4) نصل النقاط أ ب جـ باستخدام المسطرة

تدريب

ارسم المثلث أب جـ، فيهِ أب = ٣سم، ب جـ = ٥سم، أ جـ = ٣سم

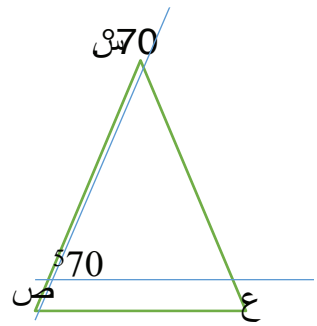
الحالة الثانية: إذا عُلِمَ ضِلعان وزاوية محصورة بينهما:

ارسم مثلث س ص ع، وفيهِ س ص= ٥ سم، ص ع = ٣ سم، وقياس الزَّاوية ص بينهما ٧٠°.

الحلّ: ١) نرسم زاوية رأسها ص بالمَنْقلة وقياسها ٧٠°.

٢) نُعين أبعاد أضلاع الزَّاوية، س ص = ٥ سم، ص ع = ٣ سم باستخدام المسطرة.

٣) نصل بين النُقطتين س ع لنحصلَ على المثلثِ المطلوب



تدريب

ارسم المثلث أب جـ، فيهِ أب = ٥سم، ب جـ = ٣,٥ سم، وقياس الزَّاوية بينهما ٥٥°.

الحالة الثالثة: إذا عُلِمَ زاويتان وضلع مُشتركٌ بينهما

ارسم مثلث س ص ع، وفيهِ س ص= ٥ سم، وقياس الزَّاوية س ٧٠°، وقياس الزَّاوية ص ٥٥°.

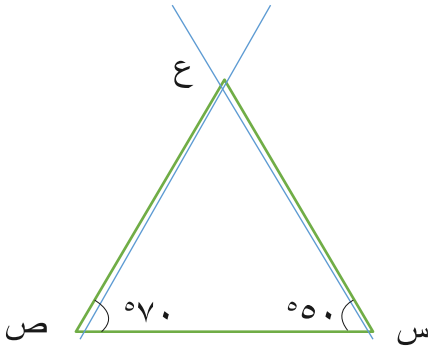
الحلّ:

١) نرسمُ قطعة مستقيمة س ص بطول ٥ سم.

٢) باستعمال المنقلة نرسم زاوية رأسها س قياسها ٧٠°، ضلعها الأول س ص وضلعها الثاني الشعاع س ع

وزاوية رأسها ص قياسها ٥٥°، ضلعها الأول ص س وضلعها الثاني الشعاع ص ع.

٣) نسمي نقطة تَقَاطُع الشعاعين ع.



سؤال: ما قياس الزَّاوية ع؟

الجواب: ٦٠° (لماذا؟)

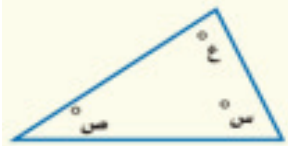
تدريب

ارسم مثلث س ص ل، وفيهِ س ص= ٥ سم، وقياس الزَّاوية س ٤٠°، وقياس الزَّاوية ص ٤٠°.

إنَّ كلَّ مُثلثٍ له ثلاثُ زوايا، ويكون:

مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي ١٨٠°.

س + ص + ع = ١٨٠ .

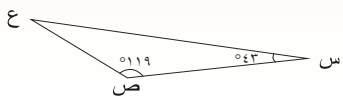


وعليه، في المثلث المجاور، لإيجاد قياس الزَّاوية المجهولة ع، نقوم بما يلي:

أولا: نجمع قياسي الزاويتين المعلومتين س، ص: ٤٣ + ١١٩ = ١٦٢

ثانيًا: نطرح المجموع الذي أوجدناه من ١٨: ١٨٠ – ١٦٢ = ١٨

إذن، قياس ∠ ع =١٨°



هل يمكنُ رسم مثلث، اثنتان من زواياه مُنفرجة أو قائمة؟ لماذا؟

الإجابة: لا يمكن ذلك، لأنَّهُ سيصبحُ مجموع قياسات زوايا المثلث أكبر من ١٨٠°.

تدريب

فكّر وناقش..

ناقش صحة العبارة الآتية:

((يوجد مثلث قياسات زواياه :٤٣°،٥٧°،٧٥°))

* يُرادُ تسييج قطعة أرض على شكل مُضلَّع أطوال أضلاعها (٢٠) م، (٨) م، (١٠) م، (١٥) م ما طول السّياج؟

طول السّياج يعبر عنه بمحيط المضلَّع، وبشكل عام:

محيط المضلَّع = مجموع أطوال أضلاعهُ، في حالة إذا كان له أطوال أضلاع مختلِفة (مضلَّع غير مُنْتظم)

طول السَّياج = ٢٠+ ٨+ ١٠+ ١٥ = ٥٣ م

جد محيط المضلَّع السداسيّ المجاور طول ضِلعهِ ٤سم ؟

محيط المضلَّعِ المنتظم= عدد أضلاع المضلَّع المُنْتظم × طول ضلعهِ

محيط المضلَّع المنتظم= ٦× ٤= ٢٤سم

ويمكنك أيضًا جمْع أطوال أضلاعه (٤+٤+٤+٤+٤+٤) وسوف تحصل على ٢٤، أيهما تفضل؟

جد محيط مَلْعَبِ كُرَةِ قدمٍ مُستَطيل الشَّكل طولهُ ٩٠م، وعرضهُ ٦٠ م. ما مُحيط هذا الملعب؟

محيط الملعب= 90+ 90+ 60 +60 = 300 م

ولأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ولهما الطول نفسه، فإنّ

محيط المستطيل= 2× الطول + 2× العرض

= 90×2 + 60×2

= 300 م (لماذا؟)

نلاحظُ في مثال المَلعب بأنَّهُ يوجد خط الوسط (انظر صورة الملعب أعلاه وارسم عليها خط الوسط باللون الأحمر). لماذا هذا الخط نسميه خط الوسط؟ لأنَّهُ خط يقسم المَلعب لجزأين (**متطابقين**).

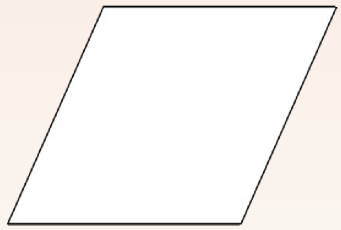
ونسمي هذا الخط (خط التماثل)، ويمكن تحديده للمضلَّعات التي فيها أضلاع متساوية في الطّول، وزوايا متساوية في القياس (هل يمكنك إعطاء أمثلة لهذه المضلَّعات؟).

المستطيل (مثلًا) لهُ أربعة خطوط تماثل، هل يمكنك رسمها؟ (انظر صورة الملعب الآتي، ولاحظ خطوط التماثل)

بصورة عامة:

عددُ خطوط التماثل للمُضلَّع المُنتظم يساوي عدد أضلاع المضلَّع، وهذا ينطبق على المستطيل رغم أنَّه لا يعتبر مضلَّع مُنتظَم (أعط أمثلة لمضلَّعات منتظمة).

كم محور تماثل لمتوازي الأضلاع؟

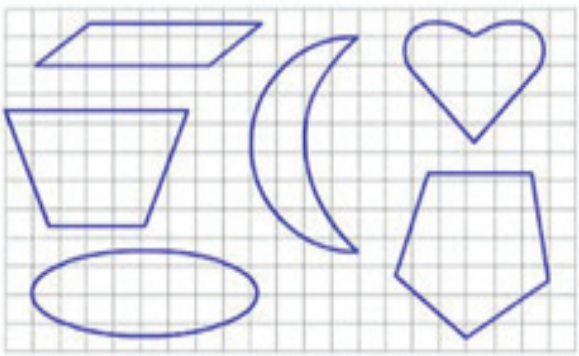


الجواب: متوازي الأضلاع له (٢) من محاور التَّماثل، ارسمها على متوازي الأضلاع المجاور.

تدريب

الصُّورة الآتية فيها مضلَّعات وأشكال، هل يمكنك إيجاد مساحة كلّ منها؟

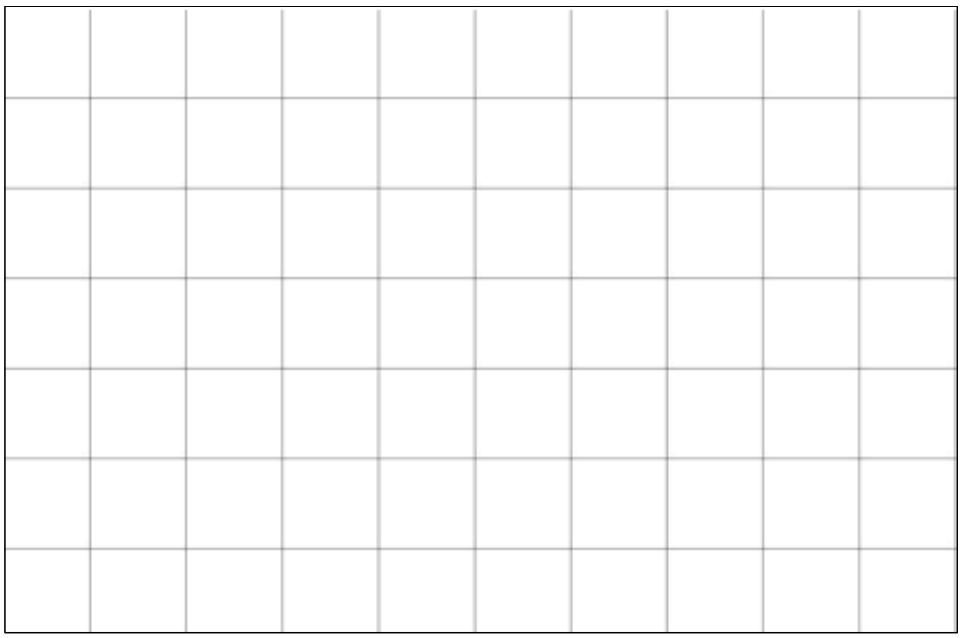
إليك الطريقة: قم بتقدير المساحة بعدَ المربعات الكاملة داخلها، وتجميع غير الكاملة التي تغطيها، سجل على كلّ مضلَّع أو شكل مساحته التي قدرتها باعتبار مساحة كلّ مربع الكامل في الصُّورة تساوي وحدة مربعة واحدة.



يمكنك التأكد من صحة تقديرك بالرجوع لصفحة الحلول في نهاية هذا الدرس.

ارسم كفَّ يديك على ورقة المربعات أدناه، ثُمَّ قدّر مساحتها، على فرض أنَّ مساحة المربع الواحد وحدة مربعة واحدة

تدريب



إثـراء

تعلَّمتَ أنَّ قياس الزَّاوية المستقيمة يساوي ١٨٠°.

- خذ ورقةً بيضاءَ مستطيلة الشَّكل وقصّ منها مثلث حاد الزَّوايا ثم سمّها بالحروف، كما في الشَّكل المجـاور.
-
- اثنِ زوايا المثلث الذي قمت بقصه بحيث يصبح تلتقي رؤوس الزَّوايا الثلاثة على الضلع المثلث أ جـ، عند النقطة (د)، كما في الشَّكل المجـاور.

ماذا تستنتج عن مجموع الزَّوايا الثلاث؟

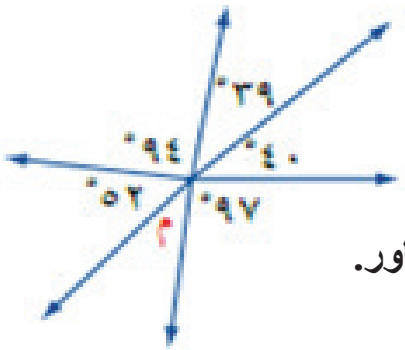
زوايا المضلَّع الرباعيّ ومساحته

تمهيد

خُذْ عزيزي الطالب ورقةً بيضاءَ وعيّن في وسطها نقطة سمّها أ.

استعمل المسطرة وقلم الرصاص لرسم خطين مستقيمين يتقاطعان في النقطة أ.
كم عدد الزَّوايا التي حصلت عليها؟ قُمْ بقياس كل زاوية بالمنقلة وسجل قياساتها تحت بعضها البعض.
قُمْ بجمع قياسات الزَّوايا.
كرّر ما قمتَ به على نقطة جديدة سمِّها ب، وارسم ثلاثة مستقيمات تمر جميعها في النقطة ب.
ماذا تستنتج؟
كم مستقيم يمكن رسمه بحيث يمرُّ في النقطة أ؟ وكم زاوية يمكن الحصول عليها.
يمكِنُكَ بسهولة استنتاج أنَّه يمكن رسم عددٍ لا نهائيّ من المستقيمات التي تمر جميعها في نقطة واحدة، وعليه يمكن الحصول على عددٍ لا نهائيّ أيضًا من الزَّوايا المتجمّعة حول تلك نقطة.

نتيجة: إنَّ مجموع قياسات الزَّوايا المتجمّعة حول نقطة يساوي ٣٦٠°.



أوجد قياس الزاوية م في الشكل المجاور.

الحل: مجموع قياسات الزَّوايا المعلومة =
٤٠°+٣٩°+٩٤°+٥٢°+٩٧° = ٣٢٢°
قياس الزَّاوية المجهولة = ٣٦٠°-٣٢٢° = ٣٨°

تدريب

ادّعتْ سلمى أنَّها رسمتْ حول النقطة (أ) زوايا متجمّعة حَول نقطة قياساتها: ٧٠°، ٨٠°، ٩٠°، ١٥٠°.

هل ما ادّعته سلمى صحيح؟

بَرّر إجابتك.

سؤال؟

إذا رسمتَ أربعة مستقيمات تصل بين أربع نقاط مرسومة على ورقة، ما الشَّكل الدَّاخلي الناتج؟

إنَّه مضلَّع رباعيّ فيه أربع زوايا وأربعة أضلاع وله قطران، ويمكن رسم أيّ مضلَّع رباعيّ، إذا توفرت معلومات عن أضلاعه وزواياه، ولنتعلم الآن كيف نرسم متوازي الأضلاع، وأنت تَعْلم أنَّ متوازي الأضلاع يُعتبر من أشهر المضلَّعات الرباعيّة.

ارسم متوازي أضلاع أ ب جـ د، فيه أ ب= ٤سم، ب جـ= ٥سم، أ جـ= ٧سم.

فيما يأتي وصف خطوات الرَّسم عمليًا، وتحتاج إلى تنفيذها استعمال المسطرة والفُرجار:

ارسم بدايةً شكلًا تقريبيًا مثل الذي يظهر أدناه لفهم المعطيات (عيّن أيّ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة وسمّها أ، ب، جـ، ثم وصل بينها، لاحظ أن أ جـ يمكن اعتباره قطرًا لمتوازي الأضلاع المطلوب رسمه).

ابدأ برسم الضّلع ب جـ = ٥سم باستعمال المسطرة.

افتح الفُرجار بمقدار طول الضلع أ ب = ٤سم وثبّت الفُرجار في ب وارسم قوس أول (أسفل ب).

افتح الفُرجار بمقدار طول القطر أ جـ = ٧سم وثبّت الفُرجار في جـ وارسم قوس يقطع القوس الأول.

سمِّ نقطة تقاطع القوسين أ (أصبح لديك مثلث أ ب جـ) وصل أ مع ب بخط متصل، وأ مع جـ بخط متقطع.

اذكر بعض المضلَّعات الرباعيّة المشهورة التي تعرفها.

نلاحظ أنَّ متوازي الأضلاع الناتج مقسوم إلى مثلثين بالقطر أجـ، وكلّ مثلث كما تعلمت سابقًا يكون مجموع قياسات زواياه يساوي ١٨٠°. إذن مجموع قياسات زوايا متوازي الأضلاع يساوي ١٨٠° + ١٨٠° = ٣٦٠°.

وهذا ينطبق على جميع المضلَّعات الرباعيّة سواء أكانت منتظمة أم غير منتظمة.

نتيجة: مجموع قياسات زوايا المضلَّع الرباعيّ يساوي ٣٦٠°.

جد قياس الزَّاوية المجهولة (س) في الشَّكل الرباعيّ المجاور:

الحلّ:

٢٤٥° = ١٥٠° + ٧٠° + ٢٥°

قياس الزَّاوية الرَّابعة = ٣٦٠° - ٢٤٥°

س = ١١٥°

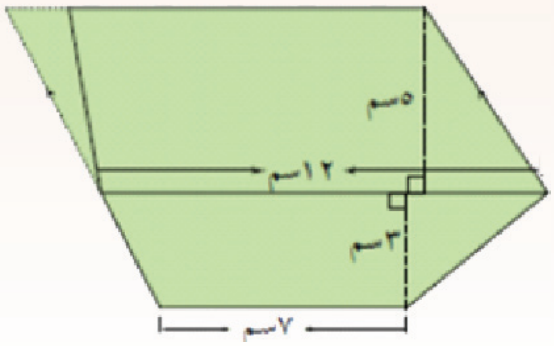
تدريب

مضلَّع رباعي إحدى زواياه ٦٠°، والزَّوايا الثلاث الأُخرى متساوية، فما قياس كلّ زاوية منها؟

قانون (١): مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

قانون (٢): مساحة شبه المنحرف = نصف (مجموع طول القاعدتين) × الارتفاع

قضية للمناقشة: يريد أحمد وعلي تصميم لوحة إعلانات تتكون من جزأين: أحدهما على شكل متوازي أضلاع يصممه أحمد، والآخر على شكل شبه منحرف يصممه علي، على أنْ يتصلا معًا بضلع مشترك، ليتم تثبيتها على جدار الصَّف، وتكتب عليها تعليمات خاصة بالانضباط الصفي للطلبة. إذا كانت تكلفة صبغ السنتيمتر المربع الواحد من اللوحة باللون الأخضر هي (١٠) قروش، وثمن الورق المستعمل (٥) قروش، وثمن اللاصق المستعمل نصف دينار، وتم تصميم اللوحة كما في الشَّكل المجاور.



ساعد أحمد وعلي على حساب تكلفة لوحة الإعلانات.

الحلّ:

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

= ١٢ × ٥ = ٦٠ سم٢

مساحة شبه المنحرف = نصف (مجموع طول القاعدتين) × الارتفاع

= ٠,٥ × (١٢ + ٧) × ٣ = ٢٨,٥ سم٢

مساحة اللَّوحة = مساحة متوازي الأضلاع + مساحة شبه المنحرف

= ٦٠ + ٢٨,٥ = ٨٨,٥سم٢

إذن تكلفة صبغ اللَّوحة = ٠,١ × ٨٨,٥ = ٨,٨٥ دنانير.

وعليه فإنَّ التكلفة الكلّية للوحة الإعلانات = ٨,٨٥ + ٠,٠٥ + ٠,٥ = ٩,٤ دنانير.

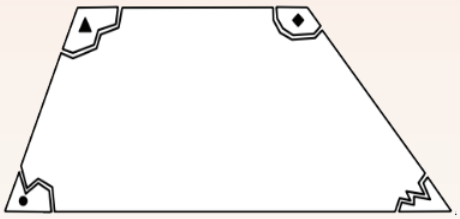
تدريب

١) شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين (١٢) دسم، (٨) دسم، ومساحته (٤٠) دسم٢، احسب ارتفاعه؟

٢) ما طول قاعدة متوازي مستطيلات مساحته ٦٠ سم٢، وارتفاعه ٥ سم؟

إثـراء

- **تعلمت أنَّ مجموع قياسات الزّوايا المتجمعة حول نقطة يساوي ٣٦٠°.**



خُذْ ورقةً بيضاءَ مستطيلة الشَّكل وقصّ منها أيّ مضلَّع رباعيّ، كما في الشَّكل المجـاور، ثمّ قمْ بتمزيق الزَّوايا الأربع.

رتِّب الزَّوايا الأربع التي حصلت عليها بحيث تلتقي رؤوسها عند نقطة واحدة مشتركة، كما في الشَّكل المجـاور.

ماذا تستنتج عن مجموع الزَّوايا الأربع؟

- **(مهارات التّفكير العُليا)**

قال فتيبة إنَّ مساحة شبه المنحرف، ومساحة متوازي الأضلاع المشتركَيْنِ في إحدى قاعدتي شبه المنحرف، ولهما الارتفاع نفسه، يمكن أنْ تكون متساويتان. فهل تؤيد قوله؟ ولماذا؟

مساحة متوازي المستطيلات والمكعب

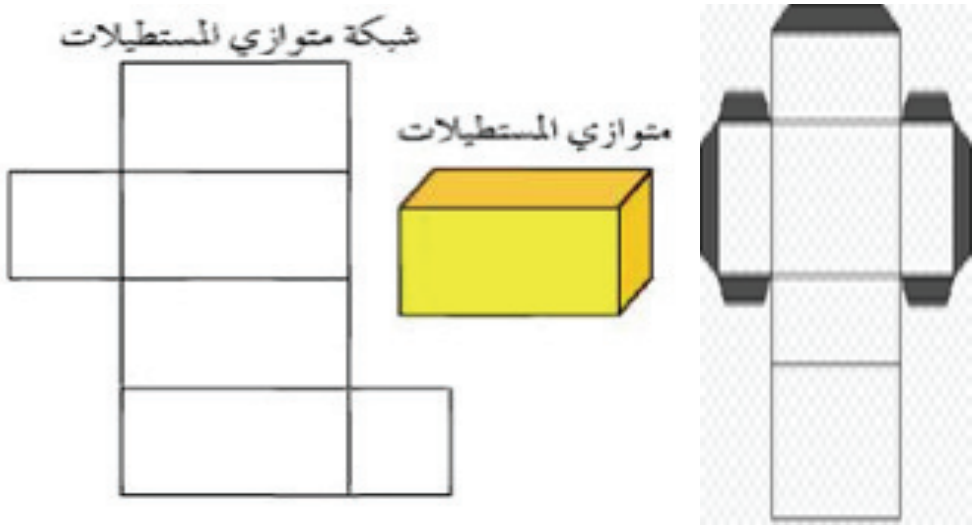
متوازي المستطيلات

هو مُجسَّم هندسيّ له (٦) أوجه مستطيلة الشَّكل

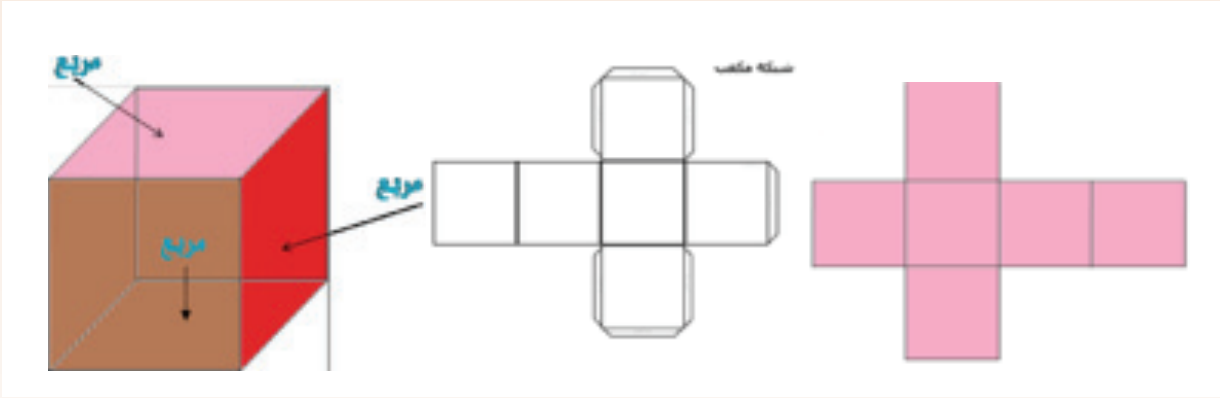
لغزُ الطالب العبقري: مجسّم ثلاثي الأبعاد، ولهُ ستة أوجه وقاعدتان عُلويّة وسفليّة، وأربعة أوجه جانبيّة، موجود على أسطح بيوتكم، وفي المطبخ وغرفة النوم من أنا؟ .....

خواص متوازي المستطيلات:

- متوازي المستطيلات له (١٢) حرفًا.
- متوازي المستطيلات له (٨) رؤوس.
- متوازي المستطيلات له أوجه: كلّ وجهين متقابلين متساويين في المساحة.
- متوازي المستطيلات من أحد المجسَّمات المنتظمَة، المجسَّم هو: كلّ ما يشغل حيّز من الفراغ.
- متوازي المستطيلات قد تكون قاعدته مربعة وقد تكون قاعدته مستطيلة.



المكعّب هو متوازي المستطيلات أوجهه منتظمَة وهي عبارة عن مربعات



أرادَ حسن عمل خزّان ماء على شكل متوازي مستطيلات أبعاد قاعدتهِ (٤) م، (٣) م، وارتفاعهُ (٢) م، كم مترًا مُربعًا من الصفيح يحتاج لعمل الخزان؟

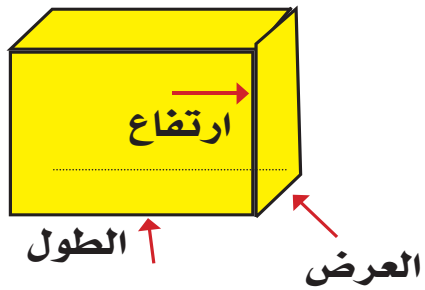
نعرف حسن كم يلزمهُ مترًا مُربعًا من الصفيحة، يجب معرف مساحة هذا الخزان من الخارج أي مساحة سطحهُ، وكأنَّ الصفيحة قطعة من الكرتون نرغب بصنع شكل متوازي مُستطيلات بالأبعاد السابقة الذكر، وماذا لو كانت هذه الأبعاد متساوية؟ يكون الشَّكل النَّاتج خزان على شكل مكعب، كم مترًا مُربعًا يحتاج لعمل الخزان؟!.

نحن بحاجة إلى ضرورة معرفة مساحة سطح المجسمات (متوازي المستطيلات والمكعب) في الحياة اليومية مثلًا نريد معرفة التكلفة اللازمة لطلاء غرفة الجلوس، أو معرفة مساحة الزجاج المستخدم لصنع حوضًا للأسماك من الزجاج، تبليط جدران المطبخ وغيرها.

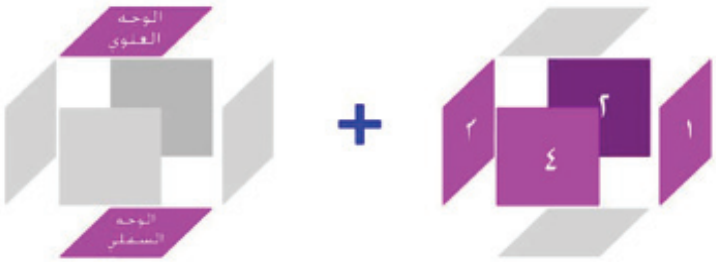
المساحة الجانبية لمتوازي المُستطيلات = ٢ (الطّول ×الارتفاع) + ٢(العرض × الارتفاع)

= ٢ (الطّول + العرض) × الارتفاع = مُحيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكليّة لمتوازي المُستطيلات = ٢ (الطّول ×العرض) + ٢(الطّول ×الارتفاع) + ٢(العرض × الارتفاع)



المساحة الكلية للمكعب = المساحة الجانبية + مساحة الوجه السفلي والعلوي



المساحة الكلية للمكعب = ٦ × مساحة أحد الأوجه

ولأنَّ أوجـه المكعب هي مربعات إذن:

المساحة الجـانبية للمكعب = ٤ × (طول الضلع)٢

المساحة الكلية للمكعب = ٦ × (طول الضلع)٢

يريد أحمد تغليف هدية ابنته سلمى بمناسبة نجـاحها، أُساعد أحمد على حساب مساحة الغلاف.

مساحة القاعدتين=٢ (٢٠ × ١٥) =٦٠٠ سم ٢

المساحة الكلّية= المساحة الجـانبية + مساحة القاعدتين

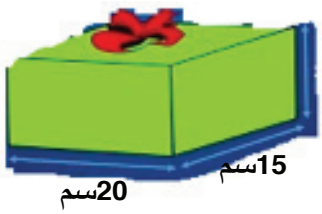
= ٧٠٠ + ٦٠٠ = ١٣٠٠ سم٢

الحلّ: المساحة الجـانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع

= ٢ (١٥ +٢٠) × ١٠

= ٧٠ × ١٠

= ٧٠٠ سم ٢



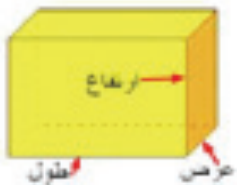
جد المساحة الجـانبيّة والمساحة الكلّيّة لمتوازي المُستطيلات أبعادهُ (٩) سم، (١٨) سم، (٣) سم.

الحلّ:

المساحة الجـانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع

= ٢ (٩ +١٨) × ٣

= ١٦٢ سم ٢



مساحة القاعدتين=٢ (٩ × ١٨)= ٣٢٤ سم٢

المساحة الكلّيّة= المساحة الجـانبية + مساحة القاعدتين

= ١٦٢ +٣٢٤ = ٤٨٦ سم٢

مكعب طول ضلعهُ (٥) سم، جِدْ مساحتهُ الجـانبيّة ومساحتهُ الكُليّة.

الحلّ: المساحة الجـانبية للمكعب = ٤ × (طول الضلع)^{٢}

= ٤ × (٥)^{٢} = ٤×٢٥= ١٠٠سم٢

المساحة الكُلية للمكعب = ٦× (طول الضلع)^{٢}

= ٦ × (٥)^{٢} = ٦×٢٥= ١٥٠سم٢

مكعب مساحتهُ الكلّيّة تساوي ٢١٦ سم٢، ما مساحتهُ الجـانبية؟

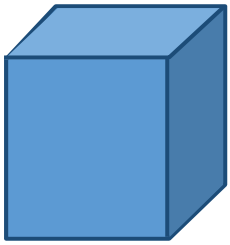
الحلّ: المساحة الكُلّيّة للمكعب = ٦× (طول الضلع)^{٢} لنجد طول الضّلع

٢١٦ = ٦ × (طول الضلع)^{٢}

٢١٦ ÷ ٦ =(طول الضلع)^{٢}

طول الضّلع = ٦سم المساحة الجـانبية = ٤ × ٣٦ = ١٤٤ سم٢

طلبتْ فداء من أبيها تصميم علبة من الكرتون المقوى على شكل متوازي مستطيلات علمًا بأنَّ أبعاد متوازي المستطيلات (٤سم)، (٧سم)، (٥سم)، وعلبة أخرى على شكل مكعب طول ضلعهُ (٣سم)، ساعدها بمعرفة تكلفة هذه العلبة، علمًا بأنَّ مساحة المتر المربع الواحد من الكرتون المقوى ٤٠ قرشًا.



سؤال ؟

احسب طول ضلع مكعب مساحتهُ الجـانبية ٦٤ سم٢.

إثـراء

قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٤، ٦، ٨ سم، يُرَادُ تغليفها بورق ملون، كم سنحتاج من الورق الملوّن لذلك ؟؟؟؟

المكعب
Cube

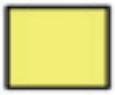
الحجم

تعلمنا سابقًا ماهي وحدات قياس الحجم (اللتر، المليلتر)، ولكن ما الوحدة المناسبة لقياس علبة عصير، ملعقة صغيرة من الدواء، خزان مياه الشُّرب، وصفيحة ماء؟! ولأنَّ بعض عبوات العصير هي متوازي مُستطيلات كيف نجد حجمها وما وحدة قياسها؟!

ولكن كيف اصنع متوازي مُستطيلات أو مكعبًا؟

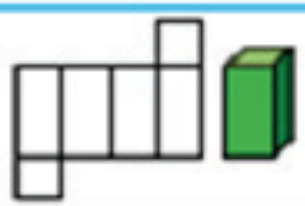
سوف نتعلَّم استخدام الشّبكات في بناء بعض المجسَّمات (المكعب وشبه المكعَّب والهرم).

نلاحظ من خلال الجدول الآتي بعض من المجسَّمات الهندسيّة، ويمكن استخدام ورق المربعات الآتية وتكوين شبكة خاصة بأيّ مجسَّم نرغب في صُنعهِ كما في الجدول الآتي:

أسم المجسم	المجسم	شكل الوجه	أسم الوجه
مكعب			منطقة مربعة له رؤوس زوايا
شبه مكعب			منطقة مستطيلة له رؤوس زوايا
هرم			منطقة مربعة له رؤوس زوايا
			منطقة مثلثة له رؤوس زوايا

شبكة المربعات:

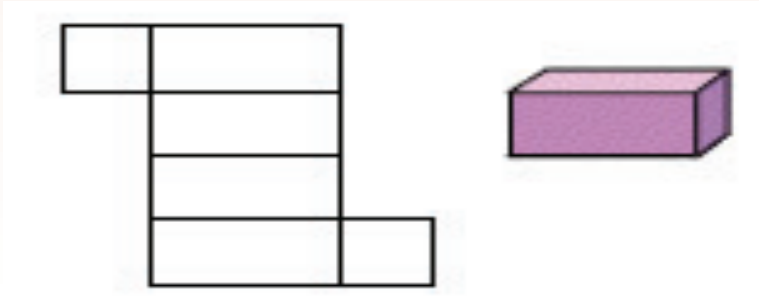
مع التأكيد على أنَّهُ يلزم معرفتُنا لعدد الأوجـه وشكلها وعدد الأحرف كما في الجـدول الآتي:

شَبَكَةُ الشَّكْلِ	اسْمُ الشَّكْلِ	عَدَدُ الْقَوَاعِدِ	شَكْلُ الْقَاعِدَةِ	شَكْلُ الْأَوْجُهِ الْجَانِبِيَّةِ	عَدَدُ الْأَوْجُهِ الْجَانِبِيَّةِ
	هرم ثلاثي	١	مثلث	مثلث	٣
	مكعب	٢	مربع	مربع	٤
	متوازي مستطيلات	٢	مستطيل	مستطيل	٤

طريقة تصميم شبكات المجسَّمات السابقة باستخدام شبكة المربعات كما يأتي:

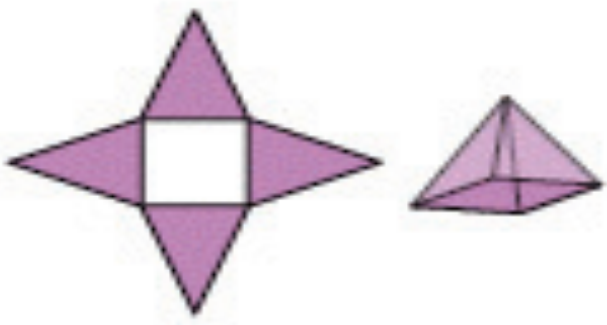
ما الخطوات المُتبعة لعمل متوازي مُستطيلات أو شبه مكعب؟

الحلّ: يشير الجدول السابق أنَّ متوازي المُستطيلات مجسم لهُ قاعدتان وشكلها مستطيل والأوجه الجانبيّة أيضا مُستطيلات وعددها أربعة، يمكن استخدام ورق المربعات أو شبكة المربَّعات ونرسم أوجهه الستة على شكل مستطيل عليها أو على قطعة من الكرتون ومن ثُمَّ نثنيها عند الأحرف للحصول على متوازي مُستطيلات.



ما الخطوات المُتبعة لعمل هرم؟

الحلّ: يشير الجدول السَّابق أنَّ الهرم مجسم لهُ قاعدة والأوجه الجانبيّة مثلثات، ولكن الهرم يُسمى بناءً على عدد أضلاع قاعدتهِ؛ فعندما تكون القاعدة ثُلاثيّة يُسمى هرمٌ ثُلاثيّ؛ أمَّا القاعدة ذات أربعة أضلاع يُسمى الهرم رُّباعي وهكذا...، ويمكن استخدام ورق المربعات أو شبكة المربَّعات ونرسم أربعة أوجه على شكل مُثلث عليها أو على قطعة من الكرتون ومن ثُمَّ نثنيها عند الأحرف للحصول على هرم رُّباعي.



سؤال

ارسم شبكة هرم ثلاثيّ قائم؟

إرشاد

الهرم يُدعى قائمًا عندما تكون قاعدتهُ مضلَّعًا مُنتظمًا، وأوجـهُ الجـانبية مُثلثات مُتطابقة الضلعين.

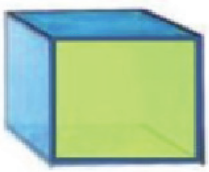
سؤال

صمم قتيبة صندوقًا مكعَّبَ الشَّكل من الكرتون المقوى ثمَّ أرادَ تعبئتهُ بالرمل، لكنه لم يعرف كم يحتاج من الرمل لتعبئة هذا الصندوق؟!

إنَّنا بحاجـة لمعرفة حجـم الصندوق أي سعتهً ومفهوم الحجـم حجـم مجـسم ما هو مقدار الحيز الذي يشغله هذا المجـسَّم من الفضاء، ويختلف عن المساحة وتعلمنا سابقًا كيفية حساب مساحة سطح المكعب ومتوازي المستطيلات والآن سوف نتعلم كيف نجـد حجـم متوازي المُستطيلات وحجـم المكعَّب.

متوازي المستطيلات

حجـم متوازي المُستطيلات = الطول× العرض× الارتفاع
= مساحة القاعدة× الارتفاع



حجـم المكعب = (طول الضّلع) ٣

جد حجم كُلّ من الأشكال الآتية:

الحلّ:

حجم متوازي المُستطيلات(١) = الطول×العرض× الارتفاع

= ٩× ٣ × ٧ = ١٨٩سم٣

حجم متوازي المُستطيلات(٢)= الطول×العرض× الارتفاع

=٤×٢ × ٣ = ٢٤سم٣

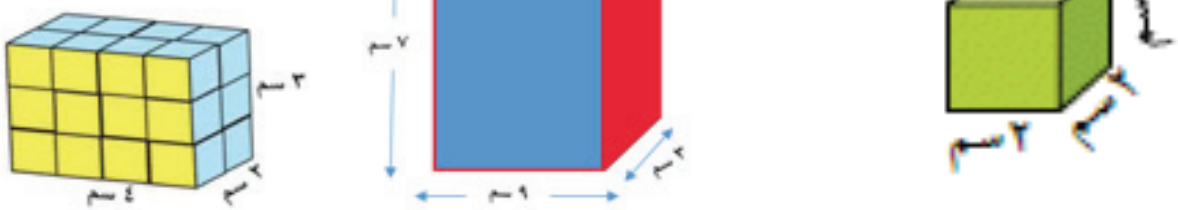
ثُمَّ يعرض المعلم مثالًا على الشَّاشة لإيجاد حجم المكعب قائلًا إذا كانت أبعاد متوازي المستطيل متساوية أي أنَّ طوله وعرضه وارتفاعه متساوي كما في الشَّكل الآتي:

حجم متوازي المُستطيلات = الطّول× العرض× الارتفاع

يقول المعلم ولأنّ المكعب متوازي مُستطيلات أوجهه منتظمة وهي عبارة عن مربعات ولأنَّ جميع أطوال أضلاعهِ متساوية ويعرض المعلم صورة مرفقة حجم المكعب

حجم المكعب= (طول الضلع) ٣

=(٢) ٣= ٨ سم٣



ثلاجة على شكل متوازي مستطيلات، مساحة قاعدتها (٤٠٠٠) سم٢، جد حجمها إذا كان ارتفاعها (١٥٠) سم؟

بعد أنّ تعرفنا كيف نجد حجم المكعب ومتوازي المستطيلات ولاحظنا أنَّ وحدة قياسهُ سم ٣ ونجد مكتوبًا على علبة العصير سعتها باللتر أو المليلتر(مل)، ما العلاقة بينهما؟

نلاحظ من خلال الصورة الآتية:

العلاقة بين اللتر والسنتمتر والديسيمتر والعلاقة أيضًا بين المليلتر والسنتمتر.

عبوة عصير على شكل متوازي مُستطيلات أبعادُها (٤ دسم)، (٥ دسم)، (١٠٠سم)، جد حجمها بوحدة الديسمتر؟

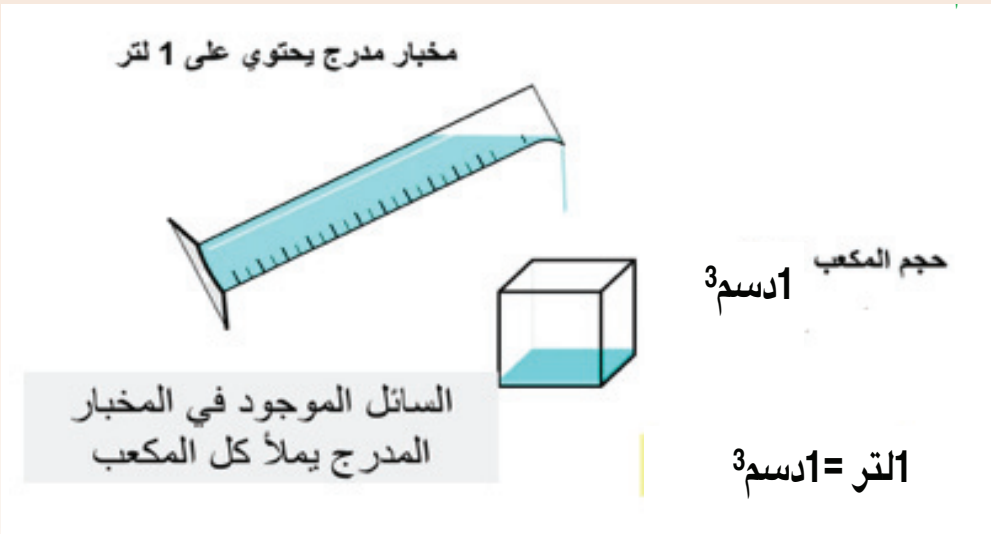
الحلّ:

ينبه المعلِّم أنَّهُ يجب توحيد الوحدات فنحوّل وحدة سم إلى دسم لذلك نقسم العدد ١٠٠ على عشرة، ويكتب على السبورة ١٠٠سم ÷ ١٠ = ١٠دسم

حجم متوازي المُستطيلات = الطّول× العرض× الارتفاع

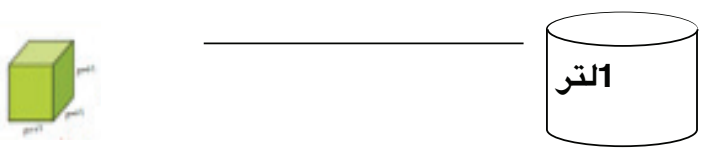
= ٤ ×٥× ١٠ = ٢٠٠ دسم٣

يعرض المعلم الصورة الآتية توضيح العلاقة بين اللتر والديسيمتر مكعب.



عزيزي الطالب يوجد علاقة بين اللتر والسنتمتر والديسيمتر وعلاقة أيضًا بين المليلتر والسنتمتر حيث إنَّ:

اللتر: سعة وعاء مكعب الشَّكل طول ضلعهُ (١) دسم، ويرمز له بالرمز لتر (ل). يكتبها المعلم على السبورة ويرسم على السبورة..



1 لتر = 1 دسم^3 = 1000سم^3

1 دسم^3 =(10 × 10 × 10) سم ^{3}

ومن أجزاء اللتر المليتر،

المليتر: سعة وعاء مكعب الشَّكل، طول ضلعه (1) سم ويرمز لهُ بالرمز (مل) أي أنَّ:

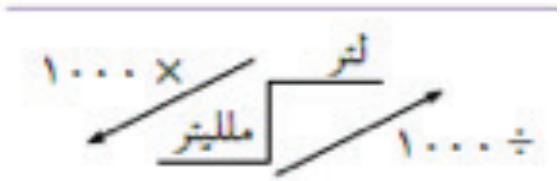
$$1\text{مل} = 1\text{سم}^3 = \frac{1}{1000}\ \text{دسم}^3 = \frac{1}{1000}\ \text{لتر}$$

وعند التحويل من لتر إلى مليتر نقسم على 1000

كم مِلِّتِرًا في (٦) لِترات؟

للتحويل من لتر إلى مل، نضرب في (١٠٠٠) كما توضح هذه الصورة،

٦لترات = ٦ × ١٠٠٠ = ٦٠٠٠مل.



ضع العدد المناسب في ☐ ؛ لتحصل على عبارة صحيحة:

٢٠دسم٣ = ☐ لتر، الإجابة ٢ لأنَّ كلّ ١ دسم٣ = ١لتر

١١٠٠٠ مل = ☐ لتر، الإجابة ١١ لأنَّ كلّ ١٠٠٠ مل= ١لتر
نقسم على ١٠٠٠

جـ) $\frac{١}{٥}$ م٣– ٨٠٠٠ سم٣ = ☐ لتر، الإجابة نضرب الخُمس في ١٠٠٠ ويساوي ٢٠٠ ٢٠٠لتر - ٨ لتر = ١٩٢ لترًا

سؤال ؟

جد ناتج كُلِّ ما يأتي:

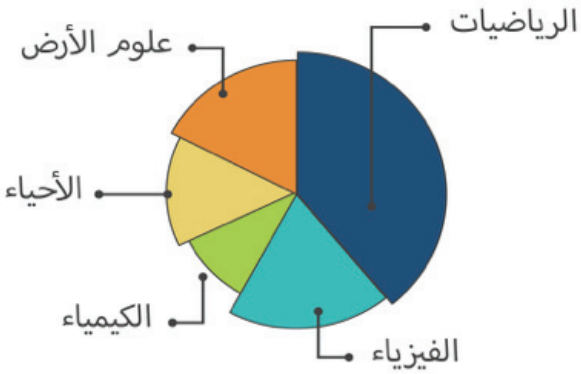
٤ دسم٣ + ٢ سم٢ = ... سم٢

٥ لتر -٢٠ مل = ... مل

إثـراء

قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٤، ٦، ٨ سم، يُرَادُ تقسيمها إلى مكعّبات صغيرة طـول ضلع المكعّب ٢ سـم، كم عدد المكعّبات التي سنحصل عليها؟؟؟؟

المادة المفضلة



ملحق الإجابات

وحدة المضلّعات الرباعية

تدريب (١) أيّ العبارات الآتية تعتبر صحيحة؟ (فكّر وبرّر إجابتك):

في المضلّعات الرباعيّة (مربع، مستطيل، متوازي أضلاع، شبه منحرف، معين)، يكون كلُّ ضلعين متقابلين متوازيين.

عبارة غير صحيحة، لأنَّها تنطبق على المربع والمستطيل ومتوازي الاضلاع والمعين، ولكنها لا تنطبق على شبه المنحرف حيث فيه ضلعان متوازيان فقط.

بعض متوازيات الأضلاع معينات.

عبارة صحيحة، لأنَّ متوازيات الأضلاع فيها كلّ ضلعين متقابلين متوازيين ويمكن أن يكونَ بعضها منتظمًا (جميع الأضلاع متساوية)، وفي هذه الحالة، يسمى متوازي الأضلاع معينًا.

كل مستطيل هو متوازي أضلاع.

عبارة صحيحة، لأن المستطيل فيهكلُّ ضلعينمتقابلين متوازيين ولهما الطول نفسه أيضًا.

تدريب (٢) ما الفرق بين المربع والمعين؟

الإجابة: المربع يشترط أن تكونَ زواياه الأربع قائمة، بينما لا يشترط ذلك في حالة المعين.

إجابة الإثراء:

ما قالته هدى صحيح ، فشبه المستطيل فيه كلّ ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين، ولا يتحقق هذا في شبه المنحرف.

فيه أربع زاويا ، ولكلّ منها القياس نفسه. (المربع، والمستطيل).

فيه زوجان من الأضلاع المتوازية. (متوازي الأضلاع، المستطيل، المربع، المعين).

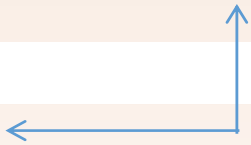
فيه زوج واحد من الأضلاع المتوازية.(شبه المنحرف).

جميع أضلاعه لها الطّول نفسه.(المربع، المَعين).

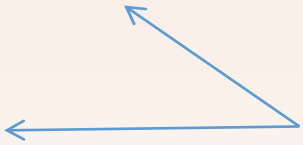
وحدة المضلعات المنتظمة وغير المنتظمة

تدريب1:

أ) زاوية قائمة



ب) زاوية حادة



ج) زاوية مُنفرجة

د) زاوية مُستقيمة

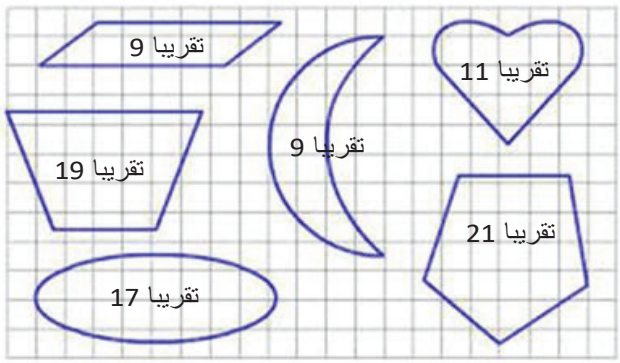
تدريب2: تتبع خطوات الرسم في مثال 2 .

تدريب3:تتبع خطوات الرسم في مثال 3 .

تدريب4: تتبع خطوات الرسم في مثال 4 .

تدريب5: $43°+57°+75°=175°$، لا يوجد مثلث بهذه القياسات، لأنَّ مجموع القياسات أقل من $180°$

تدريب 6:



تدريب 7:

يعتمد على مساحة كفّ الطّالب.

إجابة الإثراء: مجموع قياسات زوايا المثلث $=180^{5}$

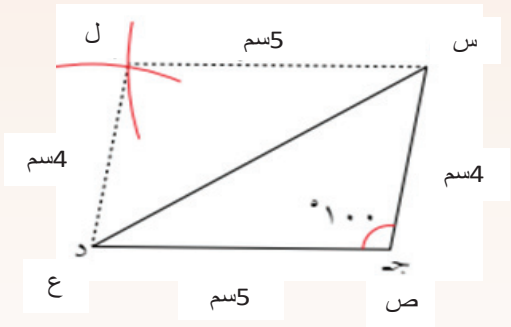
وحدة زوايا المضلّع الرباعيّ ومساحته

تدريب 1:

°390 = °150+°90+°80+°70

ادعاء سلمى خاطيء؛ لأنَّ مجموع قياسات الزَّوايا المُتجمّعة حول نقطة = °360.

تدريب 2:



الخطوات كما في مثال 1، كتاب الطّالب، صفحة 29.

تدريب 3:

°300 = °60 − °360

°100 = 3 ÷ °300 .

تدريب 4:

1) مساحة شبه المنحرف = نصف × (مجموع القاعدتين)× الارتفاع

40 = 0,5 × (12 + 8) × ع

الارتفاع (ع) = 4 دسم.

2) مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

60 = طول القاعدة × 5 ، إذن طول القاعدة (ق) = 12 سم

إجابة الإثراء:

3) مجموع قياسات زوايا المضلَّع الرباعيّ = ٣٦٠°.

4) لا، لا أوافق.

إذا كانت مساحة شبه المنحرف = مساحة متوازي الأضلاع، وكان لهما قاعدة مشتركة ق1،

فإن، 0,5 (ق1 + ق2) × ع = ق1 × ع

أي أنَّ 0,5 ق2 = 0,5 ق1 أو ق1= ق2

فيكون ما قاله قتيبة صحيحًا عندما يكون طول القاعدة المشتركة يساوي طول القاعدة الثانية لشبه المنحرف، أي عندما تتساوى قاعدتي شبه المنحرف بالطُّول، وعندها يصبح مستطيلاً.

وحدة مساحة سطح متوازي المستطيلات والمكعب

سؤال ١ : طلبتْ فداء من أبيها تصميم علبة من الكرتون المقوىَّ على شكل متوازي مستطيلات علمًا بأنَّ أبعاد متوازي المستطيلات (٤سم)، (٧سم)، (٥سم)، وعلبة أخرى على شكل مكعَّب طول ضلعهُ (٣سم)، ساعدها بمعرفة تكلفة هذه العلبة علمًا بأنَّ ثمن مساحة السنتيمتر المربع الواحد من الكرتون المقوى ١٠ قروش؟

الإجابة:

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ (الطُّول × العرض) × الارتفاع

= ٢ (٧ × ٤) × ٥

= ١٠ ×٢٨ = ٢٨٠ سم٢

مساحة القاعدتين = ٢ (الطُّول + العرض)

= ٢ (٧ + ٤) = ٢×١١= ٢٢ سم٢

المساحة الكلّيّة = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين.

= ٢٨٠ + ٢٢= ٣٠٢سم٢

تكلفة هذه العلبة = ٣٠٢ × ١٠ = ٣٠٢٠ قرشًا.

ثمن تكلفة العلبة هو ٣,٠٢٠ دنانير.

المساحة الكُلية للمكعب = ٦× (طول الضلع) ٢

=٦ × (٣) ٢ =٦×٩= ٥٤سم٢

تكلفة هذه اللعبة = ٥٤ × ١٠ = ٥٤٠ قرش

ثمن تكلفة العلبة هو ٥٤٠ قرشًا

التكلفة الكلية = ٣٠٢٠ + ٥٤٠ = ٣٥٦٠ قرشًا أي ثلاثة دنانير و٥٦٠ قرشًا

سؤال ٢ : المساحة الجانبيّة للمكعب = ٤ × (طول الضلع) ٢

٦٤=٤ × س٢

٦٤÷٤=س٢

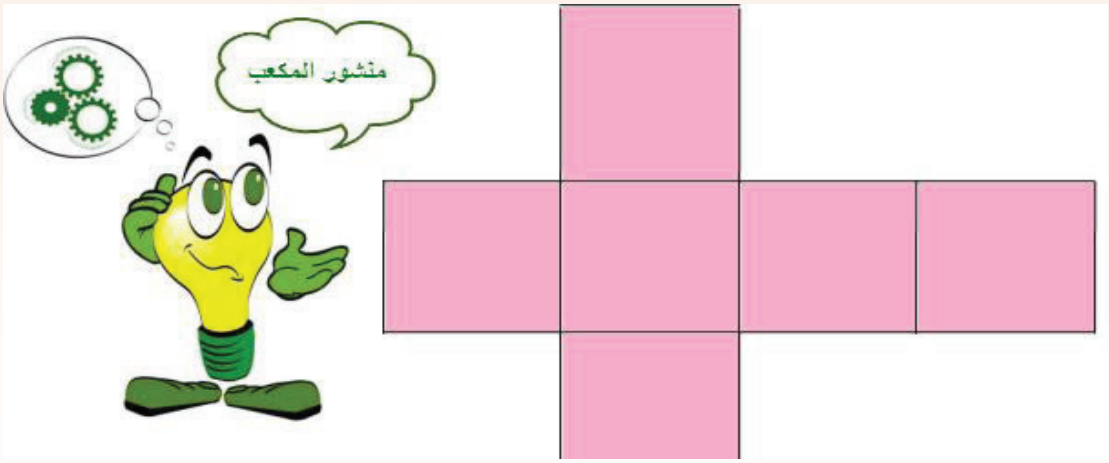
س٢ = ١٦ نأخذ الجذر التربيعيّ

س = ٤ سم

إجابة الاثراء:

قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٤، ٦، ٨ سم ، يراد تغليفها بورق ملون، كم سنحتاج من الورق الملون لذلك ؟؟؟؟

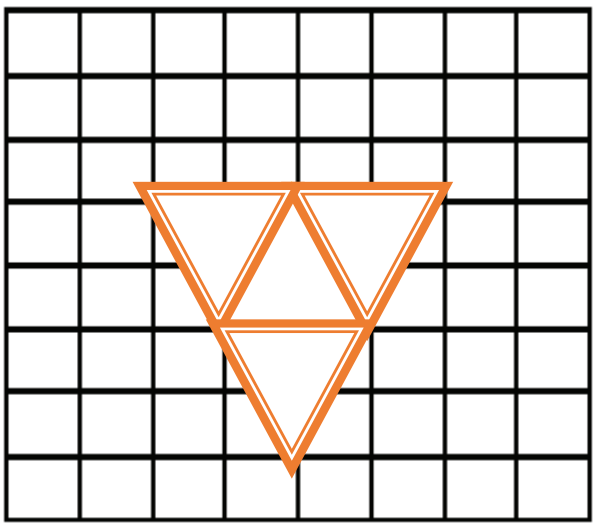
مساحة الورق الملون للتغليف = المساحة الكلّيّة لمتوازي المستطيلات = ٢٠٨ سم مربع (وحدة مساحة مربعة)



وحدة الحجم

السؤال ١ :

من خلال شبكة المربعات يرسم المعلم شبكة هرم ثلاثي كما في الشّكل الآتي:



السؤال٢:

ثلاجة على شكل متوازي مستطيلات، مساحة قاعدتها (٢٠٠٠) سم٢، جد حجمها إذا كان ارتفاعها (١٨٠) سم؟

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الإرتفاع

= ٤٠٠٠ × ١٥٠

= ٦٠٠٠٠٠ سم٣

السؤال ٣:

جِدْ ناتج كُلِّ ما يأتي:

٤ دسم٣ + ٢ سم٢ = ٤٠٢ سم٢

٥ لتر - ٢٠ مل = ٤٩٨٠ مل

إثراء:

قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده ٤، ٦، ٨ سم، يراد تقسيمها إلى مكعبات صغيرة طول ضلع المكعّب ٢ سم، كم عدد المكعبات التي سنحصل عليها؟؟؟؟

عدد المكعّبات = ٢٤ مكعّب

وحدة معالجة البيانات

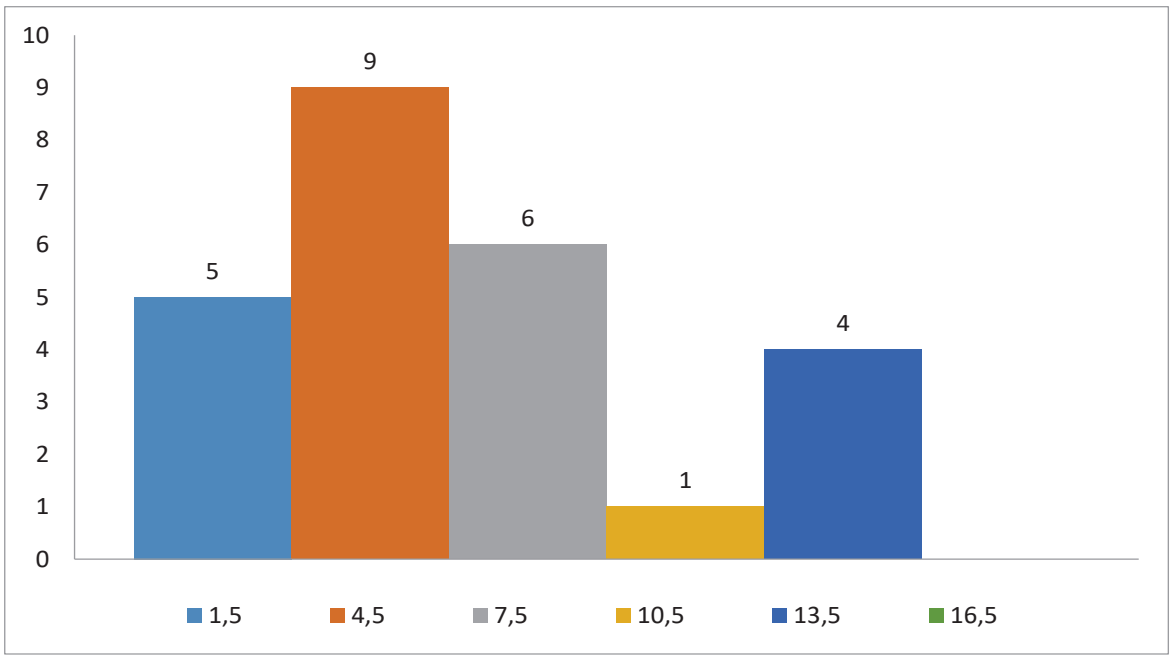
سؤال 1:

أقلُّ قيمة (26) أعلى قيمة (39)

الفئات	الاشارات	التكرار
27 – 25	///	3
30 – 28	///	3
33 – 31	////	5
36 – 34	/ ////	6
39 – 37	/// ////	8

سؤال 2:

الفئات	4–2	7–5	10–8	13–11	16–14
التكرار	5	9	6	1	4
الحدود الفعلية	4,5–1,5	7,5–4,5	10,5–7,5	13,5–10,5	16,5–13,5



سؤال3:

أ)

لأنَّ عدد ساعاته أكبر قيمة لذلك يكون حجمه أكبر حجم بالقطاعات ويمكن أنْ نتأكد من حساب زاوية قطاعهِ.

ب) قطاع المُطالعة = 30°

قطاع النَّوم = 120°

ج) المطالعة مع الواجبات، التلفاز مع أُخرى.

إجابة الإثراء :

الصُّورة تمثيل باستخدام القطاعات الدَّائريّة:

يختار نص السؤال بما يتلاءم مع عنوان الصُّورة والتّعليميات المُرافقة لها.

يحدد بالتقريب زوايا القطاع الدَّائريّ من خلال مقارنة أجزاء القطاعات الدَّائريّة ببعضها، بحيث يكون مجموع الزوايا 360 درجة، وكذلك الطريقة نفسها في تحديد نسبة تقريبية لذلك على أنْ يكون مجموع جميع النسب للقطاعات = 100%.