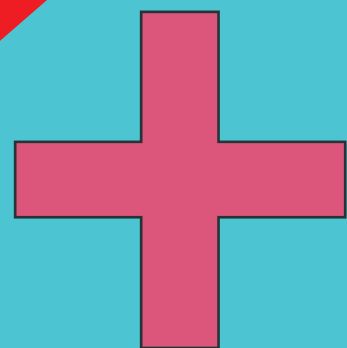




ملزمة الرياضيات

للمصف السابع الأساسي



مسي ٢

$$\sqrt[n-1]{\sum_{s=1}^n (s-s)^2}$$



ملزمة الرياضيات

للصف السابع الأساسي

الفصل الدراسي الثاني

مرحلة التعافي ٢

بسم الله الرحمن الرحيم

والصلاة والسلام على رسوله أشرف المرسلين.

شهد العالم في الآونة الأخيرة تغيرات متلاحقة وسريعة فأصبحت الحاجة ملحة إلى إعداد خطط مُحكمة تساعد المجتمعات المختلفة على تخطي الصعوبات ومواجهة التحديات.

حرصت وزارة التربية والتعليم دائماً على مواكبة المستجدات على اختلاف أنواعها، ووضع الخطط باستمرار وتعديلها بشكل يسهل تعلم أبنائنا الطلبة، وتساعد على امتلاكهم المعارف، والمهارات، والخبرات اللازمة والضرورية، لذا نضع بين أيديكم ملخصاً لأهم المفاهيم، والمهارات الواردة في كتاب الجزء الثاني من مبحث الرياضيات للصف السابع، والتي تم إعدادها بطريقة تهدف إلى تعلم الطلبة، وتحسين مهاراتهم وقدراتهم عن طريق ممارستهم مجموعة من الأنشطة التعليمية بصورة ذاتية.

وتتضمن هذه الملزمة الموضوعات الآتية:

- (١) الحدود والمقادير الجبرية.
- (٢) جمع الحدود والمقادير الجبرية وطرحها.
- (٣) حل المعادلات الخطية بمتغير واحد.
- (٤) العلاقة بين الزوايا (١).
- (٥) العلاقة بين الزوايا (٢)، وأنواع المثلثات
- (٦) مساحة الدائرة ومحيطها.
- (٧) الانسحاب والانعكاس والدوران.
- (٨) مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

المحتويات

الصفحة	الموضوع
٣	المقدمة
٤	الفهرسُ
٥	الحدودُ والمقاديرُ الجبرية
٩	جمعُ الحدودِ والمقاديرُ الجبرية وطرحُها.
١٢	حلُ المعادلةِ الخطيةِ بمتغيرٍ واحدٍ
١٦	العلاقةُ بين الزوايا (١)
٢١	العلاقةُ بين الزوايا (٢) وأنواعُ المثلثاتِ
٢٧	محيطُ ومساحةُ الدائرة
٣٠	التحويلاتُ الهندسيّةُ
٣٨	مقاييسُ النّزعةِ المركزيّةِ ومقاييسُ التّشتتِ
٤٦	ملحقُ الإجابات

الحدود والمقادير الجبرية

هيا نبداً

اشترى عمر (٦) كتب، سعر الكتاب الواحد (س) دينار وقدم البائع له خصماً مقداره (١) دينار
اكتب تعبيراً جبرياً يمثل ما دفعه عمر.

الحل:

* نلاحظ أن عدد الكتب التي اشتراها عمر يساوي ٦، وإن سعر الكتاب الواحد غير معلوم، فنرمز له بالرمز س،
ومنه يكون ثمن الكتب التي اشتراها ٦س، والمبلغ الذي دفعه عمر للبائع يساوي ٦س - ١.
* نلاحظ أن التعبير الجبري ٦س يتكون من العدد ٦ والمتغير س، يسمى حداً جبرياً، أما التعبير ٦س - ١ فيسمى
مقداراً جبرياً لأنه يتكون من طرح حد من آخر.

الحد الجبري: إما ان يكون ثابتاً، أو متغيراً أو حاصل ضرب ثابت بمتغير أو
حاصل ضرب ثابت بمتغيرين أو أكثر حيث يسمى الثابت معاملاً - ويسمى المتغير
أو حاصل ضرب المتغيرات قسماً رمزياً.
المقدار الجبري: يتكون من حد جبري أو أكثر يربط بينها عمليات جمع أو طرح.

اكتب المعامل، والقسم الرمزي لكل من الحدود الآتية:
١٠س، ٢س ص، ١٥، م، -٤ل^٢م، ١١ن^٣هـ ص



الحد الجبري	معامل الحد الجبري	القسم الرمزي
١٠س	١٠	س
٢س ص	٢	س ص
١٥	١٥	لا يوجد
م	١	م
-٤ل ^٢ م	-٤	ل ^٢ م
١١ن ^٣ هـ ص	١١	ن ^٣ هـ ص

تدريب ١

اكتب المعامل، والقسم الرمزي لكل من الحدود الجبرية الآتية:
٤س م، ٩، ٠، ٢٠، ص، -٦س^٢ص، ١٩و^١ل ع

الحد الجبري	معامل الحد الجبري	القسم الرمزي
٤س م		
٩، ٠س		
٢٠		
ص		
-٦س ^٢ ص		
١٩و ^١ ل ع		

جد عدد حدود كل مقدار جبري مما يأتي، ثم اكتب المعاملات والقسم الرمزي لكل مما يأتي:
(٢س + ٣ص)، (٦م - ٤ن + ٢)، (س^٢ + وص + ع٦ - ١)



المقدار الجبري	الحدود الجبرية	عدد الحدود الجبرية	معاملات الحدود الجبرية	القسم الرمزي
٢س + ٣ص	٢س، ٣ص	٢	٣، ٢	س، ص
٦م - ٤ن + ٢	٦م، -٤ن، ٢	٣	٦، -٤، ٢	م، ن
س ^٢ + وص + ع٦ - ١	س ^٢ ، وص، ع٦، -١	٤	١، ٦، ١، -١	س ^٢ ، وص، ع

جد عدد حدود كل مقدار جبري مما يأتي، ثم اكتب المعاملات والقسم الرمزي في المقادير الجبرية الآتية:

تدريب ٢

(٤س + ٥ص)، (٢س - ٥و - ٧)، (ص^٥ + وص + ع٦ - ١)

المقدار الجبري	الحدود الجبرية	عدد الحدود الجبرية	معاملات الحدود الجبرية	القسم الرمزي
٤س + ٥ص				
٢س - ٥و - ٧				
ص ^٥ + وص + ع٦ - ١				



والآن لنسأل أنفسنا السؤال الآتي:
إذا علمنا قيمة المتغير (المجهول) في المقادير الجبرية هل نستطيع إيجاد ناتج
المقدار الجبري.... لننتقل للمثال التالي:

جد القيمة العددية للمقادير الجبرية الآتية إذا علمت أن قيمة $s = 2$ ، وقيمة $v = 3$

مثال ٣ (أ) $3s + 2v$

(ب) $5v - s$

أولويات العمليات الحسابية



الحل:

(أ) بتعويض قيمة كل من s و v نجد أن:

$$3s + 2v$$

$$12 = 6 + 6 = (3) \times 2 + (2) \times 3$$

(ب) : بتعويض قيمة كل من s و v نجد أن

$$5v - s$$

$$13 = 2 - 10 = (2) - (3) \times 5$$

جد القيمة العددية للمقادير الآتية إذا علمت أن قيمة $s = 2$ ، وقيمة $v = 3$

تدريب ٣

(ب) $v - s$

(أ) $5s + 9v$

لنحوّل السؤال التالي إلى تعبير جبري ... لننتقل إلى المثال التالي:





مثال ٤

اشترى حسن (٣) علب من الجبنة، و(٧) أكياس من رقائق البطاطا، إذا علمت أن سعر علبة الجبنة الواحدة تساوي (س) قرش وكيس رقائق البطاطا (ص) قرش اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن قيمة ما دفعه حسن للبائع.

الحل:

$$\text{مقدار ما دفع حسن هو } = 3 \times \text{سعر علبة الجبنة الواحدة} + 7 \times \text{سعر كيس رقائق البطاطا الواحد}$$
$$= 3س + 7ص$$

إثراء

مع محمد (٥) أمثال ما مع سامي من نقود ومع علي أيضاً مبلغاً من المال فما المقدار الجبري الذي يعبر عن مجموع ما مع الثلاثة؟

جمع الحدود والمقادير الجبرية وطرحها

تعلّمنا في الصفوف السابقة العمليات الحسابية على الأعداد كالجمع والطرح والضرب والقسمة ومثال على ذلك

$$11 = 2 + 9$$

$$4 = 9 - 5$$

$$24 = 6 \times 4$$

$$9 = 4 \div 36$$

هيا نبدأ

لنتذكّر ما تعلّمناه في الحصة السابقة وننطلق من خلال المثال التالي

يبيع محلّ للألعاب كرات ملونة بيضاء، وخضراء ثمن الكرة البيضاء الواحدة (س) قرش وثمان الكرة الخضراء الواحدة (ص) قرش، فأرادَ عمرٌ، وحسنٌ شراءَ مجموعةٍ من الكرات الملونة حيثُ قرّرَ عمرٌ شراءَ ٤ كراتٍ بيضاء، و٣ كراتٍ خضراء وقرّرَ حسنٌ شراءَ ٦ كراتٍ بيضاء، و٩ كراتٍ خضراء.

أكمل الفراغ لكلّ من الجمل الآتية:

(أ) الحدّ الجبري الذي يمثل ثمن الكرات البيضاء مع عمر هو ٤س.

(ب) الحدّ الجبري الذي يمثل ثمن الكرات البيضاء مع حسن هو ٦س.

(ج) الحدّ الجبري الذي يمثل ثمن مجموع الكرات البيضاء مع حسن، وعمر هو ٤س + ٦س = ١٠س.

لاحظ معي لكي نستطيع جمع حدود جبرية يجب أن تكون الحدود متشابهة يعني أن يكون القسم الرمزي يحوي نفس المتغيرات وتُجمع الحدود المتشابهة بجمع معاملاتها ويبقى القسم الرمزي دون تغيير.

لاحظ الحدود الجبرية الآتية متشابهة هـ، ٧ب، - ٢ب لأنها تحتوي على القسم الرمزي نفسه وهو (ب).

ولاحظ أيضاً أن الحدود الآتية ٢ص، ٣م ن ع، ٤م ن ع ليست متشابهة لأنها لا تحتوي على القسم الرمزي نفسه.

تدريب ١

ميّز الحدود المتشابهة.

(أ) $٦س$ ، $٢ص$ ، $٦س$ ، $٤ص$

(ب) $٢ع$ ، $٣م$ ، ٤



جدّ ناتج كلّ مما يأتي:



(أ) $٦م + ٣م$

$= ٩م$

(ب) $٥س - ٣ص$

$= ٢ص$

(ج) $٦م + ٩م - ٥م$

$= ١٠م$

(بجمع معاملات الحدود المتشابهة)

(بطرح معاملات الحدود المتشابهة)

(بتطبيق أولويات العمليات الحسابية)

تدريب ٢

جدّ ناتج كلّ مما يأتي:

(أ) $٦س + ٤س$

(ب) $٢ص + ٤ص - ٥ص$

لنتنقل إلى جمع المقادير الجبرية وطرحها.

ملاحظة لجمع أو طرح المقادير الجبرية يجب أن نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة فقط وغير المتشابهة تبقى كما هي.

جد ناتج جمع كل من المقادير الجبرية الآتية:



$$(أ) \quad ٤م + ٢ن - ١م + ٣ن + ص$$

$$= ٣م + ٥ن + ص$$

(الحدان ٤م، -م متشابهان، والحدان ٢ن، ٣ن متشابهان)

$$(ب) \quad ٢س + ص + ٥م + ٣س - ص - ٢م + ٧$$

$$= ٥س + ص + ٢م + ٢م - ٧$$

(نجمع الحدود المتشابهة)

$$(ج) \quad \text{جد ناتج طرح } (٢س + ٣ص - ٥) \text{ من } (٦س + ٥ص + ١٠)$$



$$\text{الحل: } (٦س + ٥ص + ١٠) - (٢س + ٣ص - ٥)$$

(بتوزيع إشارة السالب على القوس)

$$= ٦س + ٥ص + ١٠ - ٢س - ٣ص + ٥$$

(ثم جمع أو طرح الحدود المتشابهة)

$$= ٤س + ٢ص + ١٥$$

جد ناتج المقادير الجبرية الآتية:

تدريب ٣

$$(أ) \quad (٢ص + ٥م) + (٥ص - ٤م)$$

$$(ب) \quad (٦س + ٩ص - ٥) - (٢س - ٥ص + ٢)$$

انتبه دائماً لأولويات العمليات الحسابية حيث الأقواس أولاً ثم الأسس، والضرب، والقسمة، فالجمع، والطرح

اشترى محمد (٥) أقلام، و(٣) دفاتر، و(٤) مساطر وكان ثمن الدفتر (س)، و ثمن القلم (ص) و ثمن المسطرة (ع) وقدم البائع خصماً على الدفاتر ١ دينار، وعلى كل من المساطر والأقلام (١) دينار اكتب تعبيراً جبرياً يمثل قيمة ما دفعه محمد.

إثراء

حل المعادلة الخطية بمتغير واحد

لنطلق معاً في
هذا الدرس

تعلمت سابقاً أنّ (س)، (٢ص)، (٣ل م)، جميعها تسمى حدوداً جبرية.
وأنّ (٢س + ٧ص) يسمى مقداراً جبرياً لأنه يتكوّن من حدّين جبريين، أما التعبير الجبري
٢س + ٤ = ٨ فيسمى معادلة لأنه احتوى على رمز المساواة.

لنتأمّل المعادلات الآتية:

$$٣س - ٢ = ٧$$

$$١٢ = ٨ + ٢س$$

$$١٢ = ٢م$$

$$١٧ص - ٢ = ١٧ص$$

نلاحظ أنّ كلّاً من هذه المعادلات من الدرجة الأولى.

(أي إنها تحتوي على متغير واحد فقط مرفوعاً إلى القوة ١).

ولهذا تسمى معادلات خطية بمتغير واحد.

وحلّ المعادلة الخطية بمتغير واحد يعني إيجاد قيمة المتغير التي تجعل المعادلة عبارة صحيحة

حلّ المعادلات الخطية الآتية ومن ثمّ تحقق من صحة الحل.

$$٧ = ٥ + س \quad (أ)$$

$$\text{الحل: } س = ٥ + ٧$$

$$\text{أي أنّ } س + ٥ = ٥ + ٧$$

$$س = ٢$$

ومنه س = ٢ تمثل حلاً للمعادلة.

وللتحقّق من صحة الحلّ نعوض قيمة س = ٢ في المعادلة.

ويكون الحلّ صحيحاً في حال نتج عن التعويض عبارة صحيحة.

$$\text{نعوض قيمة } س = ٢ \text{ بالمعادلة } ٧ = ٥ + س$$

$$٧ = ٥ + ٢ \text{ إذاً الحلّ صحيح}$$

ب طرح العدد ٥ من طرفي المعادلة



(ب) ص - ٦ = ٤

الحل: ص - ٦ = ٤

بجمع العدد ٦ إلى طرفي المعادلة

ص - ٦ + ٦ = ٤ + ٦

ص = ١٠ فالحل صحيح.

التحقق من صحة الحل: عوض ص = ١٠ في المعادلة الأصلية.

٤ = ٦ - ١٠

(ج) ٣ س = ١٥

٣ × س = ١٥

بقسمة طرفي المعادلة على العدد ٣

$\frac{٣س}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

س = ٥

التحقق من صحة الحل: عوض س = ٥ في المعادلة الأصلية.

١٥ = ٥ × ٣ فالحل صحيح.

(د) $٣ = \frac{س}{٢}$

بالضرب التبادلي ينتج

$٢ \times ٣ = \frac{س}{٢} \times ٢$

س = ٦

التحقق من صحة الحل: عوض س = ٦ في المعادلة الأصلية.

$٣ = \frac{٦}{٢}$ فالحل صحيح.

تدريب ١

جد حل المعادلات الخطية الآتية وتحقق من صحة الحل.

(أ) س + ٥ = ١٢

(ب) ص - ٣ = ٢

(ج) ٢ ص = ١٦



حل كل من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

$$(أ) \quad ١٤ = ٦ + ٢س$$

الحل:

$$١٤ = ٦ + ٢س$$

بطرح العدد ٦ من طرفي المعادلة أولاً

$$١٤ - ٦ = ٦ - ٦ + ٢س$$

$$٨ = ٢س$$

بقسمة طرفي المعادلة على العدد ٢

$$٨ \div ٢ = ٢ \div ٢$$

$$٤ = س$$

التحقق من صحة الحل: عوض $س = ٤$ في المعادلة الأصلية.

الضرب أولاً

$$١٤ = ٦ + ٤ \times ٢$$

$$١٤ = ٦ + ٨$$

(ب) $٤س = ٢س - ٤$ (نلاحظ أن المتغير $س$ كُتب في طرفي المعادلة. ولإيجاد حلٍّ مثل هذه المعادلات نجعل المتغير $س$ في طرف واحد من المساواة والأعداد بالطرف الآخر).

$$٤س = ٢س - ٤$$

بجمع $٢س$ لطرفي المعادلة

$$٤س - ٢س = ٢س - ٢س - ٤$$

$$٢س = -٤$$

بالقسمة على العدد ٢ للتخلص من الضرب

$$٢س \div ٢ = -٤ \div ٢$$

التحقق من صحة الحل: عوض $س = -٢$ في المعادلة الأصلية.

الضرب أولاً

$$٤ - (٢-) = (٢-) ٢$$

$$٤ - ٤ = ٨ -$$

$$٨ = ٨$$

جد حل كلٍّ من المعادلات الخطية الآتية وتحقق من صحة الحل.

$$(أ) \quad ١٥ = ٣ + ٤س$$

$$(ب) \quad ٨ص = ٢١ + ٤ص$$





إذا جُمع العدد ٢ إلى أربعة أمثال عدد ما أصبح الناتج ٢٦ فما العدد؟

الحل: نفرض أنَّ العدد المجهول س

أربعة أمثال العدد تعني س٤

ومنه تكون المعادلة س٤ + ٢ = ٢٦ وبحل هذه المعادلة نجد أنَّ

بطرح العدد ٢ من طرفي المعادلة

$$س٤ + ٢ - ٢ = ٢٦ - ٢$$

$$س٤ = ٢٤$$

بقسمة العدد ٤ من طرفي المعادلة

$$س٤ \div ٤ = ٢٤ \div ٤$$

$$س = ٦$$

تدريب ٣

إذا جُمع العدد ٣ إلى خمسة أمثال عدد ما أصبح الناتج ١٨ فما العدد؟

إثراء

اشترى محمد حقيبةً بمبلغ (٢٠) ديناراً، ومجموعةً من الدفاتر، فإذا كان ثمن الدفتر

الواحد (١,٥) ديناراً، ومجموع ما دفعه محمد ثمناً للحقيبة والدفاتر (٥٠) ديناراً، فما عدد

الدفاتر؟

العلاقة بين الزوايا (1)

الزاوية هي شكل هندسي ناتج عن التقاء شعاعين بنقطة مشتركة، ويسمى الشعاعين

بضلعي الزاوية، والنقطة المشتركة بينهما تسمى

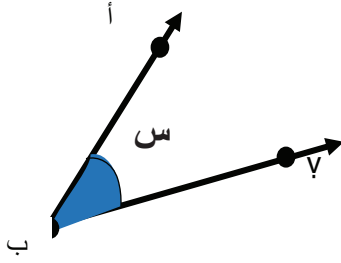
رأس الزاوية.

نرمز للزاوية بالرمز $\angle$ س أو يرمز لها

$\angle$ أ ب ج أو يرمز لها $\angle$ ج ب أ

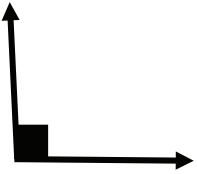
نرمز لقياس الزاوية بالرمز $^\circ$ س أو يرمز له $^\circ$ ج ب

مثال: $^\circ 60$ س أو $^\circ 60$ ج ب أ

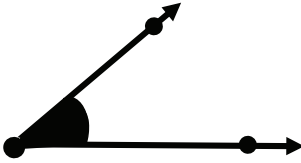


أنواع الزوايا

(أ) الزاوية القائمة: قياسها يساوي $^\circ 90$



(ب) الزاوية الحادة: قياسها أكبر من صفر وأقل من $^\circ 90$

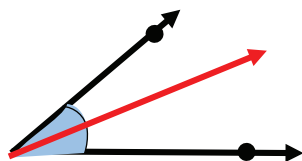


(ج) الزاوية المنفرجة: قياسها أكبر من $^\circ 90$ وأقل من $^\circ 180$



(د) الزاوية المستقيمة: قياسها يساوي $^\circ 180$





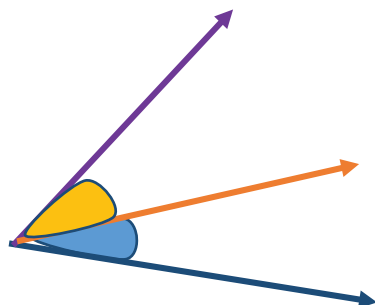
الزاويتان المتجاورتان: هما الزاويتان اللتان تشتركان في رأس وضلع، ولا توجد نقاط داخلية مشتركة بينهما. إذا تقاطع مستقيمان فإن مجموع قياس أي زاويتان متجاورتين ناتجتين عن التقاطع يساوي 180° .



هل الزوايا المشار إليها في الأشكال الآتية تمثل زوايا متجاورة؟

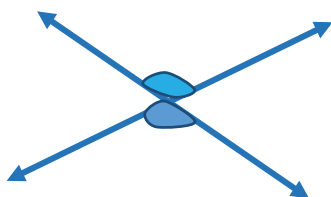
(أ) زاويتان متجاورتان

لأنهما تشتركان بالرأس والضلع، ولا توجد نقاط مشتركة بينهما.

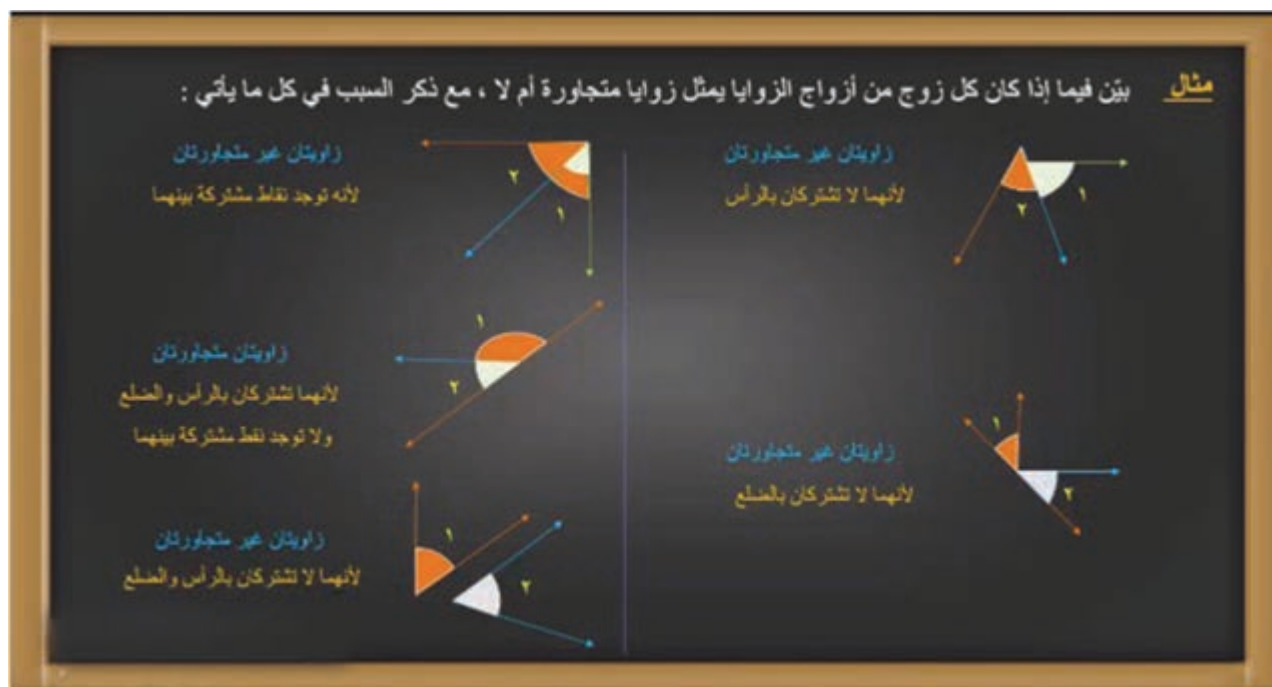


(ب) زاويتان غير متجاورتان

لأنهما لا تشتركان بضلع.

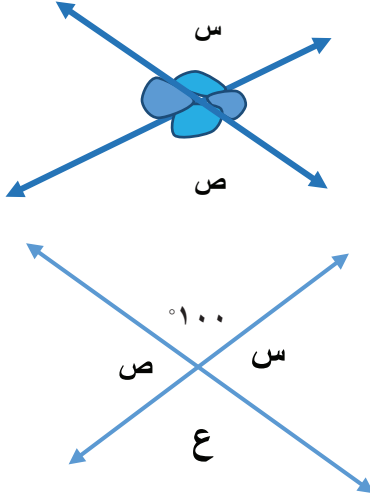


تأمل الأمثلة التالية: -



الزوايا المتقابلة بالرأس: هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتين من تقاطع خطين مستقيمين.

مثل $\angle$ س، $\angle$ ص



الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان

جذ ق $\angle$ س، ق $\angle$ ص، ق $\angle$ ع في الشكل الآتي مع التبرير



مثال ٢ ق $\angle$ س = $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

زاويتان متجاورتان مجموع قياسهما 180°

ق $\angle$ ص = ق $\angle$ س = 80° لأنهما متقابلتان بالرأس

ق $\angle$ ع = 100° تقابل بالرأس مع الزاوية المعروفة

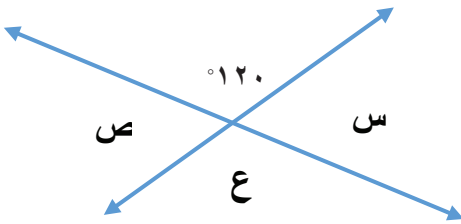
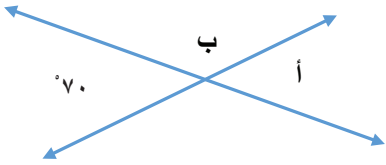
جذ ق $\angle$ أ، ق $\angle$ ب في الشكل الآتي مع التبرير



مثال ٣ الحل: ق $\angle$ أ = 70° تقابل بالرأس

ق $\angle$ ب = $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ زاوية متجاورة على المستقيم مع $\angle$ أ

$110^\circ =$



جذ قيمة كل من

(١) ق $\angle$ س

(٢) ق $\angle$ ص

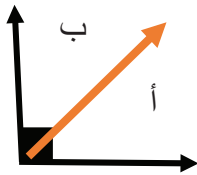
(٣) ق $\angle$ ع

تدريب ١

الزوايا المتتامّة: تسمى أزواج الزوايا التي مجموع قياساتها 90°

الزاويتان المتتامتان

$\angle$ أ، $\angle$ ب زاويتان متتامتان مجموع قياسيهما يساوي 90°



$\angle$ أ، $\angle$ ب زاويتان متتامتان إذا كان ق $\angle$ أ = 25° جذ ق $\angle$ ب

زاويتان متتامتان

الحل: ق $\angle$ أ + ق $\angle$ ب = 90°

$25^\circ +$ ق $\angle$ ب = 90°

ق $\angle$ ب = $90^\circ - 25^\circ$

ق $\angle$ ب = 65°

ب طرح ٢٥ من طرفي المعادلة (حل المعادلة)



أملأ الفراغ فيما يأتي:

- مثال ٥** (أ) الزاوية المتممة للزاوية 50° هي 40°
(ب) الزاوية المتممة للزاوية 15° هي 75°

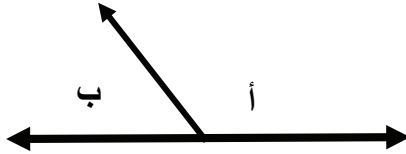
تدريب ٢

أملأ الفراغ فيما يأتي:

- (أ) الزاوية المتممة للزاوية 25° هي
(ب) الزاوية المتممة للزاوية 85° هي

الزوايا المتكاملة: تسمى أزواج الزوايا التي مجموع قياسها 180° متكاملتان

$$\angle \text{أ} + \angle \text{ب} = 180^\circ$$



مثال ٦

$\angle \text{أ}$ ، $\angle \text{ب}$ زاويتان متكاملتان إذا كان $\angle \text{أ} = 120^\circ$ جذ $\angle \text{ب}$

مجموع الزاويتان المتكاملتان يساوي 180°

$$\text{الحل: } \angle \text{أ} + \angle \text{ب} = 180^\circ$$

$$120^\circ + \angle \text{ب} = 180^\circ$$

$$\angle \text{ب} = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\angle \text{ب} = 60^\circ$$

ب طرح 120° من طرفي المعادلة



مثال ٧

أملأ الفراغ فيما يأتي:

- (أ) الزاوية المكمل للزاوية 130° هي 50°
(ب) الزاوية المكمل للزاوية 160° هي 20°

تدريب ٣

أملأ الفراغ فيما يأتي:

- (أ) الزاوية المكمل للزاوية 100° هي
(ب) الزاوية المكمل للزاوية 70° هي

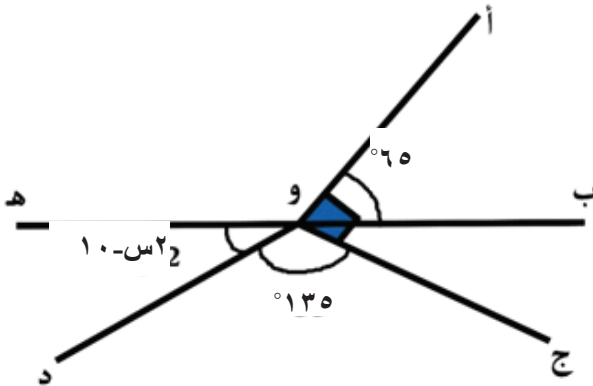
تدريب ٤

أكمل الجدول الآتي

الزاوية	متممها (°٩٠)	مكملها (°١٨٠)
°٨٥	°٥	°٩٥
°٣٠	°٦٠	°١٥٠
°٤٥		
°٨٠		
°٢٢		

إثراء

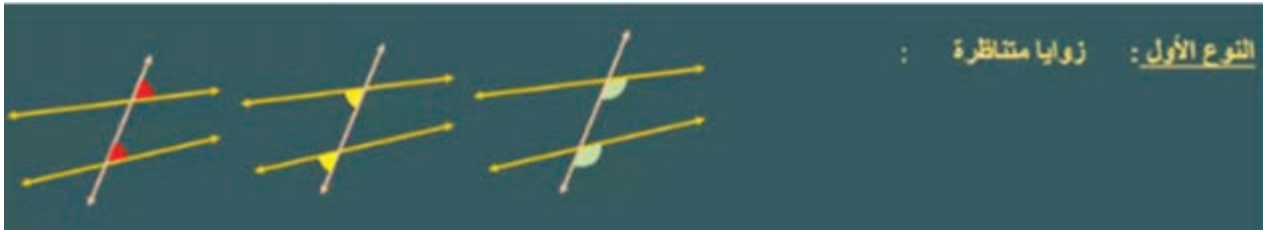
من الشكل المجاور جذ قيمة س



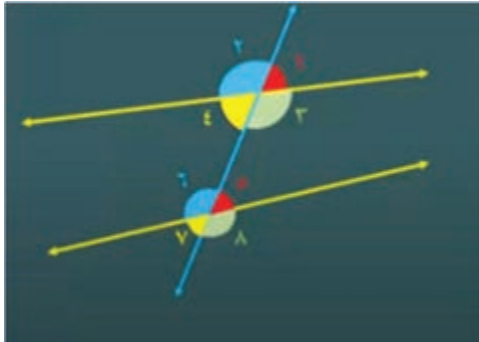
العلاقة بين الزوايا (٢)

اولا الزوايا المتناظرة

هي أزواج من الزوايا إحداها داخلية، والأخرى خارجية، غير متجاورة وتقع على نفس الجهة للمستقيم القاطع. مثال: أزواج الزوايا الملونة باللون الأخضر متناظرة من الشكل وأيضاً أزواج الزوايا الملونة باللون الأصفر وباللون والأحمر.



من الشكل المجاور نلاحظ أنَّ



١، ٥ متناظرتان

لأنهما تقعان على نفس الجهة للمستقيم القاطع إحداها داخلية والأخرى خارجية وغير متجاورة.

٢، ٦ متناظرتان لنفس السبب.

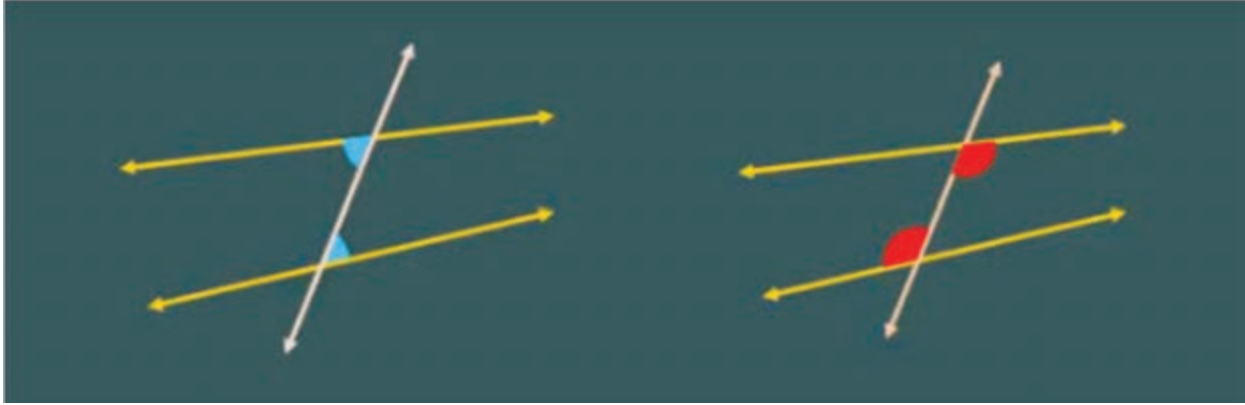
٣، ٧ متناظرتان لنفس السبب.

٤، ٨ متناظرتان لنفس السبب.

ثانياً الزوايا المتبادلة

الزوايا المتبادلة: هي أزواج من الزوايا الداخلية غير المتجاورة تقع على جهتين مختلفتين للمستقيم المقاطع.

مثال أزواج الزوايا الملونة باللون الأحمر متبادلة والتي باللون الأزرق زوايا متبادلة.

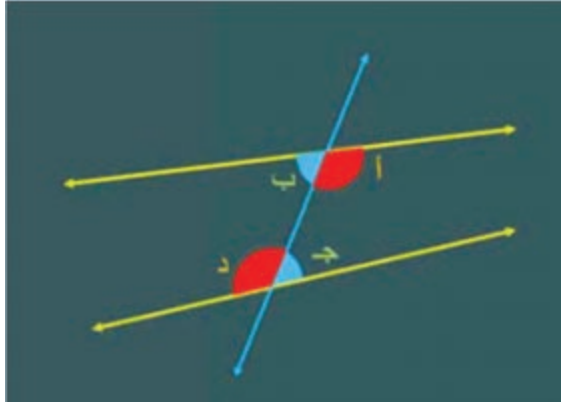


من الشكل المجاور نلاحظ أن:

أ، ب زاويتان متبادلتان. (لأنهما تقعان على جهتين مختلفتين للمستقيم المقاطع وغير متجاورتان).

ج، د زاويتان متبادلتان.

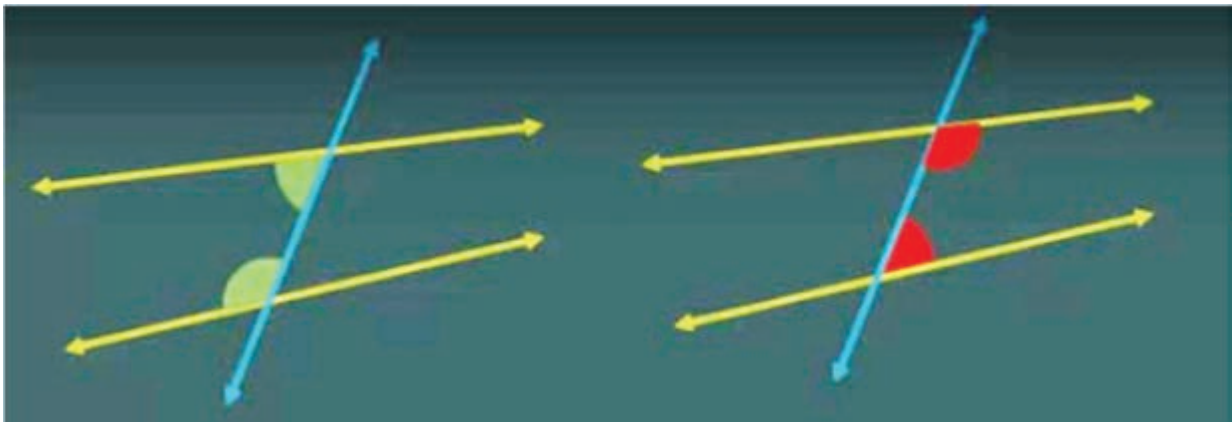
(لأنهما تقعان على جهتين مختلفتين للمستقيم المقاطع وغير متجاورتان)

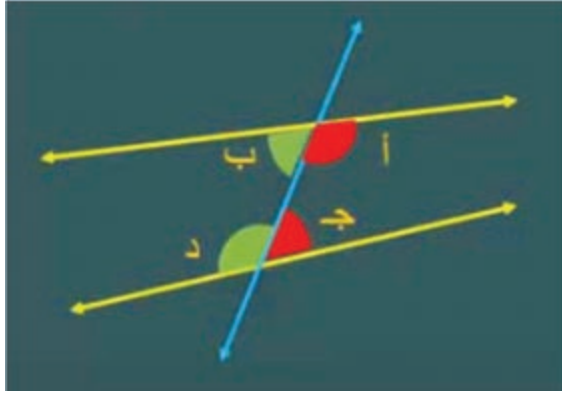


ثالثاً الزوايا المتحالفة

هي أزواج من الزوايا الداخلية غير المتجاورة، تقع على نفس الجهة للمستقيم المقاطع.

مثال أزواج الزوايا الملونة باللون الأحمر متحالفة، وأزواج الزوايا الملونة باللون الأخضر متحالفة.

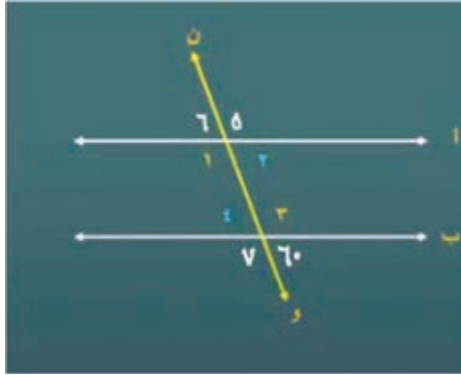




من الشكل المجاور نلاحظ أنَّ
 جـ ، ا زوايتان متحالفتان.
 (لأنَّهما تقعان على نفس الجهة للمستقيم القاطع وغير متجاورتان).
 جـ ب ، د زوايتان متحالفتان
 (لأنَّهما تقعان على نفس الجهة للمستقيم القاطع وغير متجاورتان).

نتيجة : إذا قُطِعَ مستقيمٌ مستقيمين متوازيين فإنه ينتج:
 (١) أزواجُ الزوايا المتبادلة متطابقةً ومتساويةً بالقياس.
 (٢) أزواجُ الزوايا المتناظرة متطابقةً ومتساويةً بالقياس.
 (٣) مجموعُ قياسِ أزواجِ الزوايا المتحالفة الناتجة من هذا التقاطع يساوي ١٨٠°

جد قيمة كل من الزوايا من ١ إلى ٧ اعتماداً على الشكل المجاور  **مثال ١**



بالتناظر مع جـ ٨

بالتحالف

ب طرح ٦٠ من طرفي المعادلة

بالتناظر

تقابل بالرأس

بالتبادل

تقابل بالرأس

بالتناظر

$$ق ٢ = ٦٠$$

$$ق ٢ + ق ٣ = ١٨٠$$

$$٦٠ + ق ٣ = ١٨٠$$

$$٦٠ - ١٨٠ = ق ٣ - ٦٠$$

$$ق ٣ = ١٢٠$$

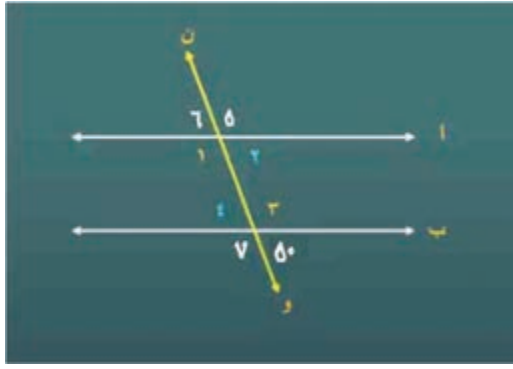
$$ق ٣ = ق ٥ = ١٢٠$$

$$ق ٣ = ق ٧ = ١٢٠$$

$$ق ٣ = ق ١ = ١٢٠$$

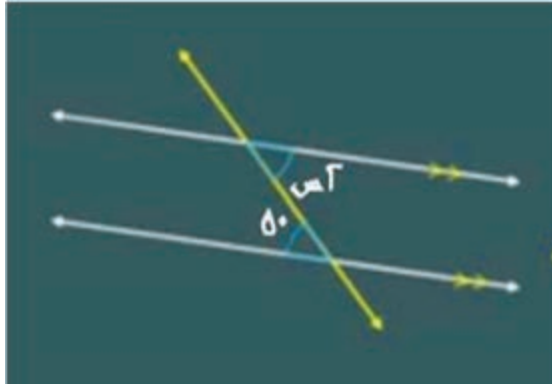
$$ق ٢ = ق ٦ = ٦٠$$

$$ق ٢ = ق ٤ = ٦٠$$



من الشكل المجاور جد جميع الزوايا المرقمة.

تدريب ١



من الشكل المجاور جد قيمة س



مثال ٢

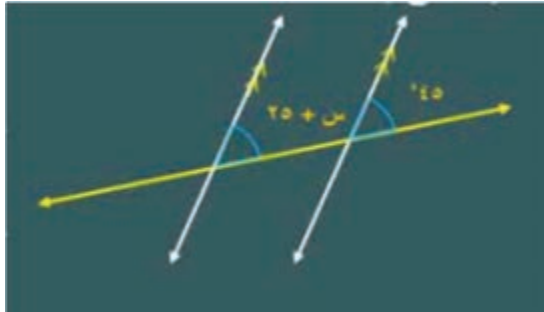
بما أن المستقيمين متوازيان وقطعا بقاطع فإن

بالتبادل

$$٥٠ = س٢$$

بقسمة الطرفين على العدد ٢

$$٢٥ = س$$



من الشكل المجاور جد قيمة س



مثال ٣

بما أن المستقيمين متوازيان وقطعا بقاطع فإن

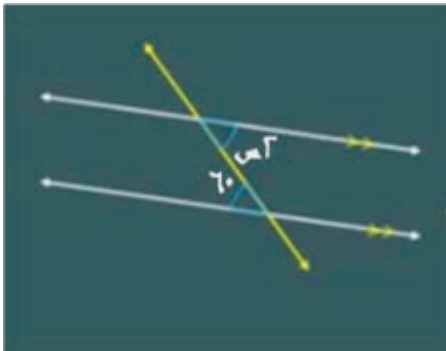
بالتناظر

$$٤٥ = س٢٥ +$$

بطرح ٢٥ من طرفي المعادلة

$$٢٥ - ٤٥ = ٢٥ - س٢٥ +$$

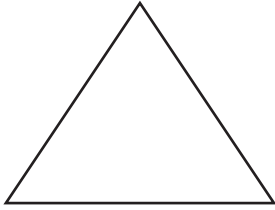
$$٢٠ = س$$



من الشكل المجاور جد قيمة س

تدريب ٢

المثلث: هو اتحاد ثلاث قطع مستقيمة تتقاطع كل اثنتين منها في نقطة واحدة.
تُصنّف المثلثات حسب قياس الزوايا وحسب أطوال الأضلاع.

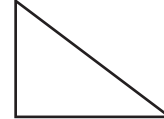


أولاً: حسب قياس الزوايا ويصنف إلى ٣ أنواع وهي:

مثلث حاد الزوايا أي أن كل زواياه حادة.



مثلث قائم الزاوية لأنه يحتوي على زاوية قائمة.



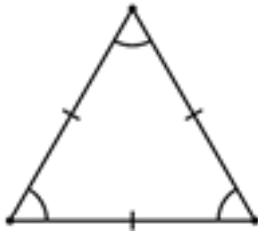
مثلث منفرج الزاوية يحتوي على زاوية منفرجة.

مثال: أكمل الفراغ فيما يأتي

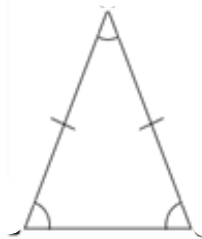
- (أ) مثلث مجموع زاويتين فيه 60° يسمى مثلث منفرج الزاوية.
- (ب) مثلث مجموع زاويتين فيه 90° يسمى مثلث قائم الزاوية.
- (ج) مثلث قياس زواياه الثلاث فيه متساوٍ يسمى مثلث حاد الزوايا.

ثانياً: حسب أطوال الأضلاع ويصنف إلى ٣ أنواع وهي:

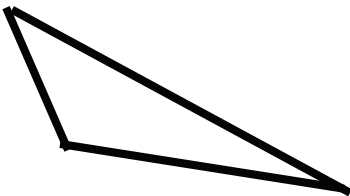
(أ) مثلث متطابق الأضلاع أضلاعه الثلاث متساوية في الطول.

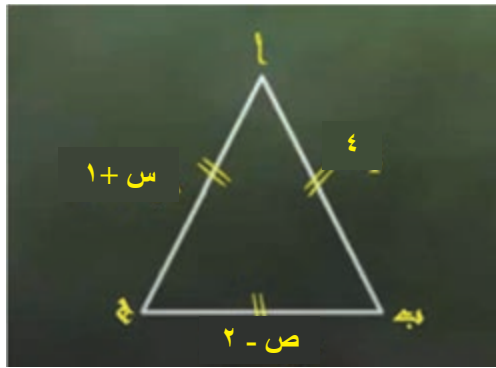


(ب) مثلث متطابق الضلعين يوجد فيه ضلعين متطابقين فقط



(ج) مثلث مختلف الأضلاع أطوال أضلاعه الثلاثة مختلفة عن بعضها البعض.





من الشكل المجاور إذا كان المثلث متطابق
الأضلاع، جد قيمة س و ص.
متطابق الأضلاع يعني جميع أضلاعه متساوية في



الطول.

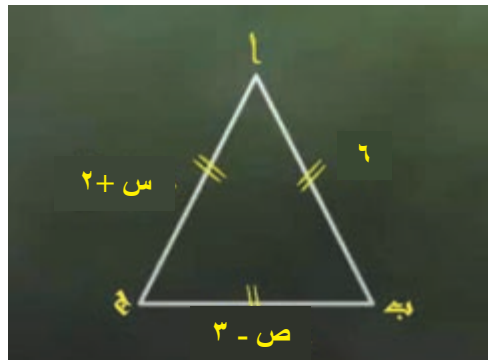
$$٤ = ١ + س$$

$$٣ = س$$

$$٤ = ٢ - ص$$

$$٦ = ص$$

ب طرح ١ من الطرفين
ب جمع ٢ لطرفي المعادلة

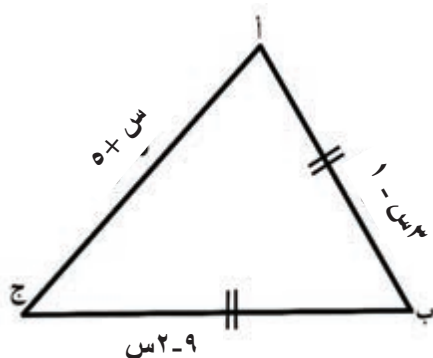


من الشكل المجاور جد قيمة س، ص
إذا علمت أن المثلث متطابق الأضلاع.



(أ) إذا كان مثلث أطوال أضلاعه ٤ ، ٥ ، ٦ يسمى هذا المثلث مختلف الأضلاع.

(ب) إذا كان مثلث أطوال أضلاعه ٣ ، ٥ ، ٣ يسمى هذا المثلث متطابق الضلعين.

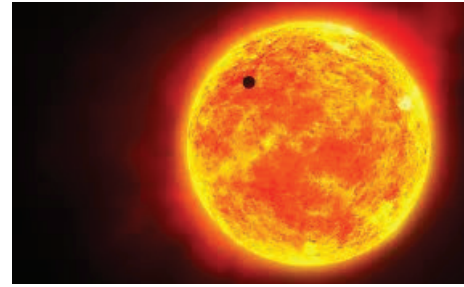


في الشكل المجاور جد طول الضلع أ ج.



محيط ومساحة الدائرة

الدائرة: هو مسارٌ نقطةً متحركةً في المستوى بحيثُ يكونُ بُعدها عن نقطةٍ ثابتةٍ مقدارًا ثابتًا، وتسمى النقطة الثابتة (مركز الدائرة)، ويسمى البعد الثابت (نصف قطر الدائرة).



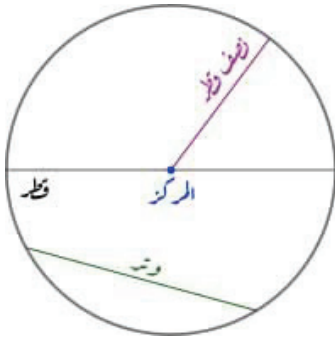
عناصر الدائرة:

مركز الدائرة: النقطة الثابتة في الوسط.

الوتر هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين على الدائرة.

القطر هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي نقطتين على الدائرة، المارة بمركزها.

نصف القطر هو القطعة المستقيمة الواصلة بين مركز الدائرة ونقطة عليها.



محيط الدائرة ومساحة الدائرة

مساحة

محيط

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \times \text{نق}^2$$

$$\text{محيط الدائرة} = \pi \times \text{نق} \times 2$$

ملاحظة: π تسمى النسبة التقريبية وتساوي تقريبًا $3,14$



إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة يساوي ٧ سم جُد ما يلي
(أ) محيط الدائرة.

مثال ١

(ب) مساحة الدائرة.

الحل: (أ) محيط الدائرة = $2 \times \pi \times \text{نق}$

$$\approx \frac{22}{7} \times 7 \times 2$$

باختصار ٧ من البسط مع ٧ من المقام

$$\approx 22 \times 2 = 44 \text{ سم}$$

(ب) مساحة الدائرة = $\pi \times \text{نق}^2$

$$\approx \frac{22}{7} \times (7)^2$$

باختصار ٧ من البسط مع ٧ من المقام

$$\approx 22 \times 7$$

$$\approx 154 \text{ سم}^2$$

تدريب ١

إذا كان طول قطر الدائرة يساوي ٢٨ سم جُد ما يلي:

(أ) محيط الدائرة.

(ب) مساحة الدائرة.

*** تذكر أن: القطر = $2 \times \text{نق}$

إذا كان محيط الدائرة ≈ 88 سم جُد مساحة الدائرة.

الحل: لإيجاد المساحة يجب أن نجد نصف القطر.



مثال ٢

محيط الدائرة = $2 \times \pi \times \text{نق}$

$$88 = 2 \times \pi \times \text{نق} \times \frac{22}{7}$$

$$88 = \frac{44}{7} \times \text{نق}$$

بالضرب التبادلي

$$88 \times 7 = 44 \times \text{نق}$$

بقسمة طرفي المعادلة على العدد ٤٤

$$\frac{88 \times 7}{44} = \frac{44 \times \text{نق}}{44}$$

$$14 \times 7 = \text{نق}$$

$$98 = \text{نق}$$

مساحة الدائرة = $\pi \times \text{نق}^2$

$$= \frac{22}{7} \times (14)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 196$$

$$= \frac{196 \times 22}{7}$$

$$= \frac{4312}{7}$$

$$= 616 \text{ سم}^2$$

تدريب ٢

إذا كان محيط الدائرة ≈ 22 سم جـد مساحة الدائرة.

إذا كانت مساحة الدائرة ≈ 314 سم^٢ جـد محيط الدائرة.

الحل: لإيجاد محيط الدائرة يجب أولاً أن نجد طول نصف قطر الدائرة.

مساحة الدائرة = $\pi \times \text{نق}^2$

$$314 = \pi \times 3,14 \times \text{نق}^2$$

$$\frac{314}{3,14} = \frac{\pi \times 3,14 \times \text{نق}^2}{3,14}$$

$$100 = \text{نق}^2$$

$$\text{نق} = 10 \text{ سم}$$

$$\text{ب) محيط الدائرة} = 2 \times \text{نق} \times \pi$$

$$\approx 2 \times 10 \times \pi$$

$$\approx 20 \pi \text{ سم}$$

بقسمة طرفي المعادلة على ٣,١٤

بأخذ الجذر التربيعي

تذكر أنه عند القسمة على عدد عشري يجب التخلص من الفاصلة العشرية بالمقام وهنا يجب ضرب البسط والمقام بالعدد ١٠٠ للتخلص منها

نستطيع كتابة الحل باستخدام π

تدريب ٣

إذا كانت مساحة الدائرة تساوي ٣,١٤ سم^٢ جـد محيط الدائرة.

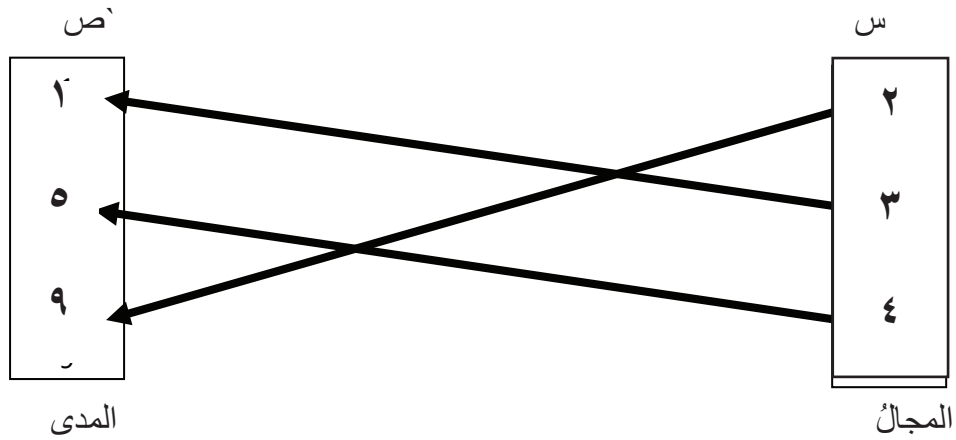


أ) ملعب مربع الشكل، داخله مضمار دائري مساحته (٣١٤) م^٢، انطلق حصان من النقطة (أ) حول المضمار الدائري، فما هي المسافة التي يقطعها الحصان ليعود إلى النقطة (أ)؟

إثراء

التحويلات الهندسية

التحويل: تسمى العلاقة تحويلًا إذا ارتبط كل عنصر في مجالها بصورة واحدة فقط في مداها وكل عنصر في مداها هو صورة لعنصر واحد فقط في مجالها.



ونستطيع كتابة العلاقة على شكل أزواج مرتبة.

$$ع = \{(2, 1), (3, 5), (4, 9)\}$$

إذا كان $و = \{2, 3, 4, 7\}$ ، $ع = \{1, 5, 9\}$ هل العلاقة التالية تمثل تحويلًا من المجموعة

مثال ١ (و) إلى المجموعة (ع)؟

$$\{(2, 1), (3, 5), (4, 9)\}$$

الحل: لا تمثل تحويل ... لأنه يوجد عنصر ٧ في المجال لم يرتبط بأي عنصر في المدى

إذا كان $و = \{2, 3, 4\}$ ، $س = \{1, 5, 9\}$ هل العلاقة التالية تمثل تحويلًا من المجموعة (و) إلى

مثال ٢ المجموعة (س)؟

$$\{(1, 4), (1, 3), (1, 2)\}$$

لاحظ أن العلاقة لا تمثل تحويلًا لأن العناصر ٢، ٣، ٤ في المجال لها الصورة نفسها في المدى

التحويل الهندسي: هو علاقة تربط نقاط المستوى مع بعضها، حيث كل نقطة في المستوى ترتبط مع نقطة واحدة فقط من المستوى تسمى صورتها.
وكل نقطة في المستوى هي صورة لنقطة واحدة فقط من نقاط المستوى
ملاحظة:

تسمى التحويلات الهندسية بأحد الأحرف العربية مثل: ت، ح
تحت تأثير مركز نقطة الرمز (←) ليدل على التحويل الهندسي.
مثل الرمز د ← د

.....

في المستوى الإحداثي ليكن
ت: (س، ص) ← (س+٤، ص+٢) تحويلًا هندسيًا جذ النقطة أ (٢، ١) تحت تأثير التحويل الهندسي ت.
ت: أ (٢، ١) ← أ' (٢+٤، ١+٢) = أ' (٦، ٣)



في المستوى الإحداثي ليكن ت: (س، ص) ← (س-٢، ص) تحويلًا هندسيًا جذ النقطة أ (١، ٣) تحت تأثير التحويل الهندسي ت.
ت: أ (١، ٣) ← أ' (١-٢، ٣) = أ' (-١، ٣)



في المستوى الإحداثي ليكن ت: (س، ص) ← (س+٥، ص-٣) تحويلًا هندسيًا جذ النقطة أ (٢، ٩) تحت تأثير التحويل الهندسي ت.



الانعكاس: هو تحويل هندسي يقلب شكل ما حول محور معين يعمل كمرآة ويسمى محور الانعكاس ويرمز له بالرمز (ع).
له بالرمز (ع).



القانون:

انعكاسُ نقطةٍ حولَ محورِ السيناتِ يرمزُ له بالرمزِ E_s
وَتُقرأ انعكاس في محورِ السيناتِ وصورتَه:

$$E_s (س، ص) \longrightarrow (س، -ص)$$

انعكاسُ نقطةٍ حولَ محورِ الصاداتِ يرمزُ له بالرمزِ E_v وتُقرأ انعكاس في محورِ الصاداتِ وصورتَه:

$$E_v (س، ص) \longrightarrow (-س، ص)$$

جذِّبْ صُورَ كُلِّ مِنَ النِّقَاطِ الآتِيَةِ أ (٣، ٢)، ب (-٣، -٤) إِذَا كَانَ مَحْوَرُ الانْعِكَاسِ هُوَ مَحْوَرُ السَّيِّنَاتِ.



مثال ٥ الحل:

$$أ) E_s (س، ص) \longrightarrow (س، -ص)$$

$$E_s (٣، ٢) \longrightarrow (٣، -٢)$$

$$ب) E_s (س، ص) \longrightarrow (س، -ص)$$

$$E_s (-٣، -٤) \longrightarrow (-٣، ٤)$$

جذِّبْ صُورَ كُلِّ مِنَ النِّقَاطِ الآتِيَةِ أ (٥، ٧)، ب (-٩، ٢٤) إِذَا كَانَ مَحْوَرُ الانْعِكَاسِ هُوَ مَحْوَرُ الصَّادَاتِ.



مثال ٦

$$أ) E_v (س، ص) \longrightarrow (-س، ص)$$

$$E_v (٥، ٧) \longrightarrow (-٥، ٧)$$

$$ب) E_v (س، ص) \longrightarrow (-س، ص)$$

$$E_v (-٩، ٢٤) \longrightarrow (٩، ٢٤)$$

جذِّبْ صُورَةَ النِّقْطَةِ وَ (٢، ٤) إِذَا كَانَ مَحْوَرُ الانْعِكَاسِ هُوَ

أ) مَحْوَرُ السَّيِّنَاتِ.

ب) مَحْوَرُ الصَّادَاتِ.

تدريب ٢

الانسحاب : هو تحويل هندسيّ ينقل شكلاً ما من مكانٍ إلى آخرَ بمقدارٍ معينٍ يسمى (مقدارُ الانسحاب) دونَ أنْ يغيرَ من قياساته، أو شكله، ويرمز له بالرمز ح.

القانون:

قواعدُ الانسحاب:

* قاعدةُ الانسحابِ إلى اليمينِ ن وحدة هي :
ح: (س ، ص) ← (س + ن ، ص)

جدُ صورةَ النّقطةِ أ (٤ ، ٣) تحتَ تأثيرِ انسحابٍ إلى اليمينِ ٥ وحداتٍ.



مثال ٧ ح: (س ، ص) ← (س + ن ، ص)

ح: أ (٤ ، ٣) ← أ (٤ ، ٣ + ٥)

ح: أ (٤ ، ٣) ← أ (٤ ، ٨)

القانون:

قواعدُ الانسحاب:

* قاعدةُ الانسحابِ إلى اليسارِ ن وحدة هي :
ح: (س ، ص) ← (س - ن ، ص)

جدُ صورةَ النّقطةِ أ (٧ ، ٥) تحتَ تأثيرِ انسحابٍ إلى اليسارِ ٣ وحداتٍ



ح: (س،ص) ← (س - ن ، ص)

ح: ب (٧ ، ٥) ← ب (٧ ، ٥ - ٣)

ح: ب (٧ ، ٥) ← ب (٧ ، ٢)

القانون:

قواعد الانسحاب:

* قاعدة الانسحاب إلى الأعلى ن وحدة هي :

ح: (س ، ص) ← (س ، ص + ن)



جذ صورة النقطة ب (١ ، ٢) تحت تأثير انسحاب إلى الأعلى ٣ وحدات.

ح: (س ، ص) ← (س ، ص + ن)

ح: ب (١ ، ٢) ← ب (١ ، ٢ + ٣)

ح: ب (١ ، ٢) ← ب (٤ ، ٢)

القانون:

قواعد الانسحاب:

* قاعدة الانسحاب إلى الأسفل ن وحدة هي :

ح: (س ، ص) ← (س ، ص - ن)



جذ صورة النقطة ب (٥ ، ٤) تحت تأثير انسحاب إلى الأسفل ٢ وحدات.

ح: (س ، ص) ← (س ، ص - ن)

ح: ب (٥ ، ٤) ← ب (٥ ، ٤ - ٢)

ح: ب (٥ ، ٤) ← ب (٣ ، ٤)

جذ صورة النقطة ب (٢ ، ٣) تحت تأثير كل من الانسحابات الآتية:



مثال ١١ أ) إلى اليسار وحدتين.

ب) إلى اليمين وحدة واحدة.

ج) إلى الأعلى ٣ وحدات.

د) إلى الأسفل ٢ وحدة.

الحل

أ) ح: (س، ص) ← ب (س - ن ، ص)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٣ ، ٢ - ٢)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٣ ، ٠)

ب) ح: (س ، ص) ← ب (س + ن ، ص)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٣ ، ٢ + ١)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٣ ، ٣)

ج) ح: (س ، ص) ← ب (س ، ص + ن)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٣ + ٣ ، ٢)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٦ ، ٢)

د) ح: (س ، ص) ← ب (س ، ص - ن)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (٢ - ٣ ، ٢)

ح: ب (٣ ، ٢) ← ب (١ ، ٢)

جذ صورة النقطة (١ ، ٤) إذا تم سحبها ٤ وحدات إلى اليمين و ٣ وحدات إلى الأعلى.



مثال ١٢ الحل: نلاحظ أن

ح: (س ، ص) ← (س + ٤ ، ص + ٣)

ح: (١ ، ٤) ← (١ + ٤ ، ٤ + ٣)

ح: (١ ، ٤) ← (٥ ، ٧)

جذ صورة النقطة (٢ ، ٥) إذا تم سحبها ٣ وحدات إلى اليسار و ٢ وحدات إلى الأعلى.

تدريب ٣

الدَّوران: هو تحويلٌ هندسيٌّ يُدَوِّرُ شكلاً ما حول نقطةٍ ثابتةٍ تسمَّى (مركزُ الدوران) وباتجاهٍ معينٍ يسمى (اتجاهُ الدوران). وبزاويةٍ معينةٍ تسمَّى زاويةُ الدورانِ دونَ أنْ يغيَّرَ ذلك من قياساتِ الشكلِ ويرمزُ له بالرمزِ D .

قواعدُ الدوران:

قاعدةُ دورانِ النِّقْطَةِ (س، ص) 90° باتجاه عكس عقاربِ

الساعة هي:

- $D_{90^\circ} : (س، ص) \rightarrow (-ص، س)$
- $D_{180^\circ} : (س، ص) \rightarrow (-ص، -س)$
- $D_{270^\circ} : (س، ص) \rightarrow (ص، -س)$
- $D_{360^\circ} : (س، ص) \rightarrow (ص، س)$

جذِّ صورة النِّقْطَةِ (٢، ٣) تحت تأثيرِ دورانِ مركزِ نقطةِ الأصلِ اتجاهِ عقاربِ الساعة:



مثال ١٣ أ) D_{90°

ب) D_{180°

ج) D_{270°

د) D_{360°

الحل:

- أ)** $D_{90^\circ} : (س، ص) \rightarrow (-ص، س)$
- $D_{90^\circ} : (٢، ٣) \rightarrow (-٣، ٢)$
- ب)** $D_{180^\circ} : (س، ص) \rightarrow (-ص، -س)$
- $D_{180^\circ} : (٢، ٣) \rightarrow (-٣، -٢)$
- ج)** $D_{270^\circ} : (س، ص) \rightarrow (ص، -س)$
- $D_{270^\circ} : (٢، ٣) \rightarrow (٣، -٢)$
- د)** $D_{360^\circ} : (س، ص) \rightarrow (ص، س)$
- $D_{360^\circ} : (٢، ٣) \rightarrow (٣، ٢)$

جدّ صورة النّقطّة (١ - ، ٤) تحت تأثير دوران مركز نقطة الأصل باتجاه عقارب الساعة:



(أ) د (٩٠°)

(ب) د (١٨٠°)

(ج) د (٢٧٠°)

(د) د (٣٦٠°)

الحل:

(أ) د (٩٠°) : (س، ص) ← (-ص، س)

د (٩٠°) : (٤، ١-) ← (-٤، ١-)

(ب) د (١٨٠°) : (س، ص) ← (-ص، -ص)

د (١٨٠°) : (٤، ١-) ← (-٤، ١-)

(ج) د (٢٧٠°) : (س، ص) ← (-ص، س)

د (٢٧٠°) : (٤، ١-) ← (١، ٤)

(د) د (٣٦٠°) : (س، ص) ← (س، ص)

د (٣٦٠°) : (٤، ١-) ← (٤، ١-)

جدّ صورة النّقطّة (١ ، ٦) تحت تأثير دوران مركز نقطة الأصل باتجاه عقارب الساعة:



(أ) د (٩٠°)

(ب) د (١٨٠°)

(ج) د (٢٧٠°)

(د) د (٣٦٠°)

إذا كانت النّقطّة (٢ ، ٧) هي صورة النّقطّة (٧ ، ٢) تحت تأثير دوران مركز نقطة الأصل

فما هي زاوية الدوران علماً أنّ اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة؟



مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت

تأمل معي : تسجيل درجات الحرارة يوميًا لمدة أسبوع، تسجيل كمية الأمطار في فصل الشتاء.
رصد علامات طلاب المدرسة في الاختبارات النهائية هذه السجلات تستخدم في علم الإحصاء.
وتستخدم المقاييس الإحصائية لوصف البيانات الكمية ومن هذه المقاييس ما يسمى بمقاييس النزعة المركزية
(متوسط حسابي، وسيط، ومنوال) ومقاييس التشتت (مدى، وانحراف معياري، وتباين).
مقاييس النزعة المركزية : هي مقاييس إحصائية تستخدم لقياس موضع تركز أو تجمع البيانات العددية إذ
إنّ بيانات أي ظاهرة تنزغ للتركز والتجمع نحو قيم محددة.

سنبدأ في مقاييس النزعة المركزية

أولاً: المتوسط الحسابي:



المتوسط الحسابي لعدد من القيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

يرمز للمتوسط الحسابي بالرمز $\bar{x}$

يرمز لمجموع القيم بالرمز $\sum x$

يرمز لعدد القيم بالرمز n

ثانيًا: الوسيط



الوسيط لمجموعة من القيم مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا هو العدد الأوسط منها إذا كان عددها فرديًا، أو المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين إذا كان عددها زوجيًا.

رتبة الوسيط للملاحظات الفردية هي: $\frac{\text{عدد القيم} + 1}{2}$

رتبة الوسيطين للملاحظات الزوجية هي: $\frac{\text{عدد القيم}}{2}$ ، $\frac{\text{عدد القيم}}{2} + 1$

ثالثًا: المنوال

المنوال: هو القيمة الأكثر تكرارًا

إذا كانت علامات (٥) طلاب في أحد الامتحانات على النحو الآتي:



مثال ١

٢٠، ١٠، ١٥، ٢٠، ٥ جذ ما يلي:

(١) المتوسط الحسابي.

(٢) الوسيط.

(٣) المنوال.

(٤) إذا أضيفت قيمة أخرى لمجموعة القيم ومقدارها ٣٠ جذ الوسيط.

الحل:

(أ) المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{5 + 10 + 15 + 20 + 20}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{70}{5}$$

$$\bar{x} = 14$$

(ب) الوسيط:

أولاً نقوم بترتيب الأعداد تصاعدياً أو تنازلياً

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٠ عدد القيم

$$\text{رتبة الوسيط (فردى)} = \frac{\text{عدد القيم} + 1}{2}$$

$$= \frac{1 + 5}{2}$$

$$= \frac{6}{2}$$

$$\text{رتبة الوسيط} = 3$$

٥ ، ١٠ ، (١٥) ، ٢٠ ، ٢٠

الوسيط = (١٥)

العدد الأوسط هو العدد الثالث ويساوي ١٥

(ج) المنوال: القيمة الأكثر تكراراً

$$\text{المنوال} = 20$$

(د) نقوم بترتيب الأعداد تصاعدياً أو تنازلياً بعد إضافة العدد ٣٠

أولاً نقوم بترتيب الأعداد تصاعدياً أو تنازلياً

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٣٠ لذا؛ يوجد وسيطان رتبتهما:

$$\text{رتبة الوسيط (زوجي)} = \frac{\text{عدد القيم}}{2} + \frac{\text{عدد القيم}}{2}$$

$$1 + \frac{6}{2}, \frac{6}{2}$$

رتبة الوسيطين = ٣ ، ٤

العددان الأوسطان هما العدد الثالث (١٥) والعدد الرابع (٢٠)

$$30, 20, 20, 15, 10, 5$$

الوسيط = المتوسط الحسابي للعددين ٢٠ ، ١٥

$$الوسيط = \frac{20+15}{2} = 17,5$$

إذا كان لديك القيم الآتية ١، ٥، ٨، ٤، ١٠، ١، ٦ جذا ما يلي:

تدريب ١

(١) الوسط الحسابي.

(٢) الوسيط.

(٣) المنوال.

(٤) إذا أضفنا العدد ٧ إلى مجموعة القيم جذا الوسيط.

تأمل معي السؤال الآتي:

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات الصف السابع (أ) هو (٩)

والمتوسط الحسابي لعلامات الصف السابع (ب) هو أيضا (٩)

فأيتهما أفضل لعلامات الصف السابع (أ) أم (ب)؟



نلاحظ من السؤال السابق أن المتوسط الحسابي للصفين متساويين إذاً لا نستطيع تحديد أيهما أفضل لذلك نذهب إلى مقاييس أخرى وهي مقاييس التشتت وهي تحدّد مدى تقارب أو تجانس البيانات المعطاة وهي (المدى، والانحراف المعياري، والتباين).



المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

ثانياً: الانحراف المعياري

يقيس مدى تباعد أو تقارب (قيم) عن متوسطها الحسابي،

مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي

عدد القيم - ١

= ع

$$\sqrt{\frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n - 1}} = \sigma$$

$\bar{s}$ = المتوسط الحسابي ، ن : عدد القيم

س - $\bar{s}$ تمثل انحرافات القيم س عن المتوسط الحسابي

مجموع مربعات انحرافات القيم س عن المتوسط الحسابي



ثالثاً: التباين:

التباين: مربع الانحراف المعياري

$$\frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n-1} = \sigma^2 = \text{التباين}$$

مثال ٢ إذا كان عدد الساعات اليومية التي يقضيها ٥ طلاب في الدراسة هي ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠ جُد



(أ) المدى.

(ب) الانحراف المعياري.

(ج) التباين.

الحل: (أ) المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة.

$$8 = 10 - 2 =$$

(ب) الانحراف المعياري.

لإيجاد الانحراف المعياري أولاً نحسب المتوسط الحسابي.

$$\bar{s} = \frac{\sum s}{n}$$

$$= \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10}{5}$$

$$= 6$$

نكونُ جدولاً من ٣ أعمدةٍ كما يلي:

س	(س - س̄)	(س - س̄)²
٢	-٤	١٦
٤	-٢	٤
٦	٠	٠
٨	٢	٤
١٠	٤	١٦
المجموع		٤٠

نطبقُ القانونَ:

$$\frac{\sum (س - س̄)^2}{١ - ن} = ع$$

$$\frac{٤٠}{١ - ٥} =$$

$$١٠ =$$

التباينُ = ع²

$$= (١٠)² =$$

$$١٠٠ =$$

إذا كانَ لديكِ القيمُ التالية: ١، ٢، ٣، ٤، ٥. جد ما يلي:

(١) المدى.

(٢) الانحرافُ المعياريُّ.

(٣) التباينُ.

تدريب ٢

إثراء: معتمدًا على الشكل المجاور الذي يمثل كميات الأمطار بالمليمتر، التي هطلت على مدار أسبوع في مدينة إربد احسب كلاً مما يأتي:

(أ) المتوسط الحسابي لكميات الأمطار.

(ب) المدى لكميات الأمطار.

(ج) الانحراف المعياري لكميات الأمطار.





ملحق الإجابات

حل تدريبات درس الحدود والمقادير الجبرية

تدريب (١):

الحد الجبري	معامل الحد الجبري	القسم الرمزي
٤ س م	٤	س م
٠,٩ س	٠,٩	س
٢٠	٢٠	لا يوجد
ص	١	ص
٦- س ^٢ ص	٦-	س ^٢ ص
١٩ و ^١ ل ع	١٩	و ^١ ل ع

تدريب (٢):

المقدار	الحدود الجبرية	عدد الحدود الجبرية	معاملات الحدود الجبرية	القسم الرمزي
٤ س + ٥ ص	٤ س، ٥ ص	٢	٥ ، ٤	س، ص
٢ س - ٥ و - ٧	٢ س، - ٥ و، - ٧	٣	٢ ، - ٥ ، - ٧	س، و
(ص ^٥ + و ص + ٦ ع - ١)	ص ^٥ ، و ص، ٦ ع، - ١	٤	١ ، ٦ ، ١ ، - ١	ص ^٥ ، و ص، ع

تدريب (٣):

(أ) ٣٧
(ب) ١

حل الإثراء:

مع محمد (٥) أمثال ما مع سامي من نقود ومع علي أيضاً مبلغاً من المال فما المقدار الذي يُعبّر عن مجموع ما مع الثلاثة؟

الحل: نفرض أن المبلغ الذي مع سامي هو س.

والمبلغ الذي مع علي هو ص.

إذاً مع محمد ٥ س.

مجموع المبلغ مع الثلاثة = مبلغ محمد + مبلغ سامي + مبلغ علي.

$$= ٥ س + س + ص$$

حل تدريبات درس جمع الحدود الجبرية والمقادير

تدريب (١):

أ) الحدود المتشابهة (٦ س، -٦ س)، (٢ ص، ٤ ص). ب) لا يوجد تشابه.

.....

تدريب (٢):

أ) ٢٠ س.

ب) ٥ ص م.

.....

تدريب (٣):

أ) (٧ ص + ١ م).

ب) ٤ س + ١٤ ص - ٧.

حل الإثراء:

الحل: ثمن الدفاتر = عدد الدفاتر × ثمن الدفتر.

$$٣ \times س =$$

ثمن المساطر = عدد المساطر × ثمن المسطرة.

$$٤ \times ع =$$

ثمن الأقلام = عدد الأقلام × ثمن القلم.

$$٥ \times ص =$$

مقدار ما دفعه = (ثمن الدفاتر - ١) + (ثمن المساطر - $\frac{١}{٤}$) + (ثمن الأقلام - $\frac{١}{٤}$).

$$= (٣ س - ١) + (٤ ع - \frac{١}{٤}) + (٥ ص - \frac{١}{٤}).$$

$$= ٣ س + ٤ ع + ٥ ص - ٢ \quad \text{حيث ٢ مقدار الخصم}$$

.....

حل تدريبات درس حل المعادلة الخطية

تدريب (١)

$$\text{أ) } ٧ = \text{س}$$

$$\text{ب) } ٥ = \text{ص}$$

$$\text{ج) } ٨ = \text{س}$$

تدريب (٢)

$$\text{أ) } ٣ = \text{س}$$

$$\text{ب) } ٣ = \text{ص}$$

تدريب (٣)

$$\text{العدد} = ٣$$

حل الإثراء:

نفرض أن ثمن الدفاتر = ص، عدد الدفاتر = س.

ثمن الدفاتر = (مجموع ما دفعه محمد) - (ثمن الحقيبة).

$$\text{ص} = ٥٠ - ٢٠$$

$$\text{ص} = ٣٠ \text{ دينار}$$

ولكن ثمن الدفاتر = عدد الدفاتر $\times$ ثمن الدفتر الواحد.

$$٣٠ = \text{س} \times ١,٥$$

$$٣٠ = ١,٥ \text{ س} \text{ وبقسمة الطرفين على } ١,٥$$

$\frac{٣٠}{١,٥} = \text{س}$ س وبتحريك الفاصلة العشرية في المقام منزلة واحدة مع وضع صفر للبسط ينتج:

$$\text{س} = \frac{٣٠٠}{١٥}$$

إذاً: س = ٢٠ دفتر

حل تدريبات العلاقة بين الزوايا (١)

تدريب (١)

أ) ق $\angle$ س = 60°

ب) ق $\angle$ ص = 60°

ج) ق $\angle$ ع = 120°

تدريب (٢)

أ) 65°

ب) 5°

تدريب (٣)

أ) 80°

ب) 110°

تدريب (٤)

الزاوية	متممتها (90°)	مكملتها (180°)
85°	5°	95°
30°	60°	150°
45°	45°	135°
80°	10°	100°
22°	68°	118°

حل الإثراء:

الحل: لاحظ أن $\angle$ أ ب و، $\angle$ ب و ج زاويتان متتامتان.

إذاً: ق $\angle$ أ ب و + ق $\angle$ ب و ج = 90°

ومنها $65^\circ +$ ق $\angle$ ب و ج = 90° بطرح 65° من طرفي المعادلة.

إذاً: ق $\angle$ ب و ج = $90^\circ - 65^\circ$

ق $\angle$ ب و ج = 25°

✂ ب وج + ✂ ه وج + ✂ د وه تشكل زاوية مستقيمة.

أي أن هذه الزوايا متكاملة.

أي أن مجموع قياسها (١٨٠°).

$$\text{ق } \angle \text{ب وج} + \text{ق } \angle \text{ه وج} + \text{ق } \angle \text{د وه} = ١٨٠^\circ$$

$$٢٥^\circ + ١٣٥^\circ + ٢\text{س} - ١٠^\circ = ١٨٠^\circ$$

نجمع الثوابت

ب طرح ١٥٠° من طرفي المعادلة.

$$١٥٠^\circ + ٢\text{س} = ١٨٠^\circ$$

بقسمة الطرفين على ٢.

$$٣٠^\circ = ٢\text{س}$$

$$\text{س} = ١٥^\circ$$

حل تدريبات العلاقة بين الزوايا (٢)

حل تدريب (١)

$$\angle \text{١} = ١٣٠^\circ \quad \text{بالتحالف مع } \angle \text{٤}$$

$$\angle \text{٢} = ٥٠^\circ \quad \text{بالتناظر مع الزاوية المعلومة}$$

$$\angle \text{٣} = ١٣٠^\circ \quad \text{بالتحالف مع } \angle \text{٢}$$

$$\angle \text{٤} = ٥٠^\circ \quad \text{بالتبادل مع } \angle \text{٢}$$

$$\angle \text{٥} = ١٣٠^\circ \quad \text{بالتناظر مع } \angle \text{٣}$$

$$\angle \text{٦} = ٥٠^\circ \quad \text{بالتناظر مع } \angle \text{٤}$$

$$\angle \text{٧} = ١٣٠^\circ \quad \text{بالتناظر مع } \angle \text{٥}$$

حل تدريب (٢)

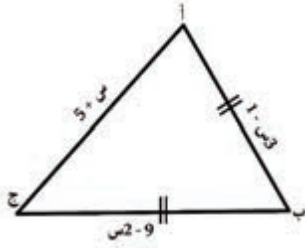
$$\text{س} = ٣٠^\circ$$

حل تدريب (٣)

$$\text{س} = ٤$$

$$\text{ص} = ٩$$

حل الإثراء:



الحل: طول الضلع أ ب = طول ب ج

(من الشكل)

إذاً: $س٣ - ١ = ٩ - ٢$ س وبحل المعادلة الخطية

بجمع المتغيرات في طرف.

بجمع ٢ س لطرفي المعادلة

$$٩ = ١ - س٥$$

بجمع ١ إلى طرفي المعادلة.

$$١ + ٩ = ١ + ١ - س٥$$

$$١٠ = س٥$$

س = ٢ _____ بقسمة طرفي المعادلة على العدد ٥

ولكن طول أ ج = س + ٥

أي أن أ ج = ٢ + ٥ = ٧ سم

حل تدريبات درس محيط ومساحة الدائرة

تدريب (١)

أ) محيط الدائرة ٨٨ سم.

ب) مساحة الدائرة ٦١٦ سم^٢

.....

تدريب (٢)

مساحة الدائرة $\approx ٥,٨٣$ سم^٢

.....

تدريب (٣)

محيط الدائرة $\approx \frac{٤٤}{٧}$ سم

.....

حل الإثراء:



من خلال الشكل المجاور نستطيع معرفة مساحة المضمار الدائري، حيث مساحة المضمار π (نق) ^٢.

$$314 = \pi (س) ^2$$

حيث نصف قطر الدائرة التي تمثل المضمار مجهول (س).

$$314 = 3,14 س^2 \quad \text{حيث قيمة } \pi \approx 3,14 \text{ أو } \frac{22}{7}$$

وبقسمة الطرفين على 3,14

$$س^2 = \frac{314}{3,14}$$

وبتحريك الفاصلة العشرية في المقام منزلتين (كي يصبح المقام عدد صحيح) ينتج:

$$\frac{31400}{314} = س^2 = (\text{اختصار البسط مع المقام})$$

س^٢ = 100 (بأخذ الجذر التربيعي للطرفين).

$$س = 10$$

أي أن نصف قطر الدائرة = 10 م.

المسافة التي سيقطعها الحصان = محيط الدائرة.

$$2\pi س =$$

$$2 \times 3,14 \times 10 \approx$$

$$\approx 62,8 \text{ م}$$

حل تدريبات الانعكاس والانسحاب والدوران

تدريب (١)

$$ت: (٩, ٢) \leftarrow (٦, ٧).$$

تدريب (٢)

$$أ) ع س (٤, ٢) \leftarrow (٤, -٢).$$

$$ب) ع ص (٤, ٢) \leftarrow (٤, -٢).$$

تدريب (٣)

ح : (٥ ، ٢) ← (٧ ، ١-)

.....

تدريب (٤)

أ) د_{٩٠} : (٦ ، ١) ← (١ ، ٦-)

ب) د_{١٨٠} : (٦ ، ١) ← (٦- ، ١-)

ج) د_{٢٧٠} : (٦ ، ١) ← (١- ، ٦)

د) د_{٣٦٠} : (٦ ، ١) ← (٦ ، ١)

.....

حل الإثراء:

لاحظ أن النقطة الأصلية (٢ ، ٧)

د_{٩٠} : (٢ ، ٧) ← (٧ ، ٢-)

د_{١٨٠} : (٢ ، ٧) ← (٢- ، ٧-)

د_{٢٧٠} : (٢ ، ٧) ← (٧- ، ٢)

د_{٣٦٠} : (٢ ، ٧) ← (٧- ، ٢)

إذاً: زاوية الدوران هي ٢٧٠°

.....

حل تدريبات درس الإحصاء

تدريب (١)

أ) الوسط الحسابي = ٥

ب) الوسيط = ٥

ج) المنوال = ١

د) الوسيط بعد إضافة العدد ٧ = ٥,٥

حل تدريب (٢)

أ) المدى = ٤

ب) $\sqrt{٢,٥}$ = ع

ج) ع' = ٢,٥

حل الإثراء:

$$\frac{\sum_{i=1}^n s_i}{n} = \bar{s} \quad (\text{الحل: أ})$$

$$\frac{1+3+5+6+3+4+6}{7} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{28}{7} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$4 = \text{المتوسط الحسابي}$$

.....
(ب) المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة.

$$\text{المدى} = 6 - 1$$

$$\text{المدى} = 5$$

.....
(ج) المتوسط الحسابي = 4 من فرع (أ).

الانحراف المعياري

نكون جذر من 3 أعمدة كما يلي:

س	(س - $\bar{s}$)	(س - $\bar{s}$) ²
6	2	4
4	0	0
3	-1	1
6	2	4
5	1	1
3	-1	1
1	-3	9
المجموع		20

نطبق القانون: $\sqrt{\frac{20}{1-7}}$

$$1,8 =$$

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ